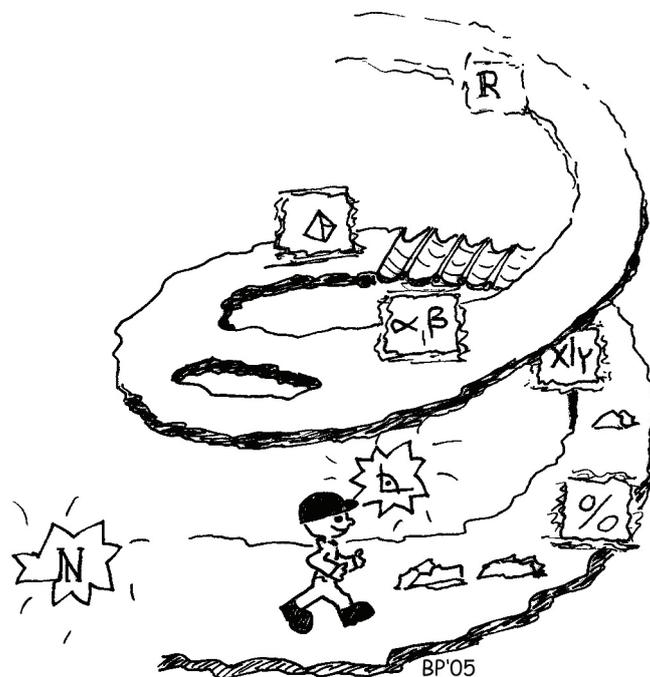


Bildungsregion Berlin Brandenburg

Lernausgangslage Jahrgangsstufe 7 im Fach Mathematik

Schuljahr 2009/10

Lehrerheft



Impressum

Erarbeitung

Das Lehrerheft für die Lernausgangslage Jahrgangsstufe 7 im Fach Mathematik im Schuljahr 2009/2010 wurde vom Landesinstitut für Schule und Medien Berlin- Brandenburg im Auftrag der Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung Berlin und des Ministeriums für Bildung, Jugend und Sport Brandenburg erarbeitet.

Verantwortlich:

Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung Berlin:	Elke Dragendorf
Fachaufsicht:	Christian Bänsch
Ministerium für Bildung, Jugend und Sport Brandenburg:	Hans-Jürgen Kuhn

Ansprechpartner:

Für Berlin:	Marianne Richter,	marianne.richter@lisum.berlin-brandenburg.de
Für Brandenburg	Ines Fröhlich	Ines.Froehlich@lisum.berlin-brandenburg.de

Autorinnen und Autoren:

Christian Bänsch, Marianne Richter

Herausgeber

Herausgeber im Auftrag der Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung Berlin und des Ministeriums für Bildung, Jugend und Sport Brandenburg ist das

Landesinstitut für Schule und Medien Berlin-Brandenburg (LISUM)
14974 Ludwigsfelde-Struveshof
Tel.: 03378 209-200
Fax: 03378 209-232

Internet: www.lisum.berlin-brandenburg.de

Dieses Werk ist einschließlich aller seiner Teile urheberrechtlich geschützt. Die Herausgeber behalten sich alle Rechte einschließlich Übersetzung, Nachdruck und Vervielfältigung des Werkes vor. Kein Teil des Werkes darf ohne ausdrückliche Genehmigung der Herausgeber in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren) reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden. Dieses Verbot gilt nicht für die Verwendung dieses Werkes für die Zwecke der Schulen und ihrer Gremien.

Inhaltsverzeichnis

VORWORT	2
1 ÜBERSICHT ÜBER DIE VERWENDETEN AUFGABEN DER SCHÜLERHEFTE	3
2 AUSWERTUNGSHILFE ZU DEN AUFGABEN DES SCHÜLERHEFTS	5
2.1 Auswertungshilfe zu Teil 1 des Schülerheftes	5
2.2 Hinweise für die Diagnose zu einzelnen Aufgaben des ersten Aufgabenteils.....	9
2.3 Auswertungshilfe zu Teil 2 des Schülerheftes	12
2.4 Hinweise für die Diagnose zu einzelnen Aufgaben des zweiten Aufgabenteils	14
2.5 Auswertungshilfe zu Teil 3 des Schülerheftes	18
2.6 Hinweise für die Diagnose zu einzelnen Aufgaben des dritten Aufgabenteils:.....	19
2.7 Auswertungshilfe zu Teil 4 des Schülerheftes	22
2.8 Hinweise für die Diagnose zu einzelnen Aufgaben des vierten Aufgabenteils	25
3 HINWEISE ZUR AUSWERTUNG UND DIAGNOSE	29
3.1 Grundlegende Gedanken zur kompetenzorientierten Diagnose im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I.....	29
3.2 Beispielhafte Diagnose der Aufgabe: Taschengeld.....	30
3.3 Beispielhafte Diagnose der Aufgabe: Abstände – Zahlengerade	34
3.4 Beispielhafte Diagnose der Aufgabe 401- 404: Maße schätzen	36
4 AUSWERTUNGSBÖGEN NACH AUFGABENHEFTEN UND NACH LEITIDEEN	40
4.1 Allgemeine Hinweise:	40
4.2 Hinweise zur Erstellung der Auswertung	40
4.3 Auswertungsbogen Lernausgangslage Mathematik nach Heften 1 – 4	41
4.4 Auswertungsbogen Lernausgangslage Mathematik (alle Aufgaben)	43
4.5 Auswertungshilfe zum Teil 1.....	45
4.6 Auswertungshilfe zum Teil 2.....	46
4.7 Auswertungshilfe zum Teil 3.....	47
4.8 Auswertungshilfe zum Teil 4.....	48

Vorwort

Sehr geehrte Kolleginnen und Kollegen,

die „Schnittstelle“ zwischen den Jahrgangsstufen 6 und 7 ist in Berlin und Brandenburg für die meisten Schülerinnen und Schüler mit einem Schulwechsel verbunden. Sie stellt damit einen Einschnitt dar, der die Lehrkräfte der aufnehmenden Schulen vor die Herausforderung stellt, die Fähigkeiten und Fertigkeiten der ihnen noch unbekanntes Schülerinnen und Schüler schnell einschätzen zu lernen. Nur so können sie den Unterricht möglichst schnell auf eine Grundlage stellen, die der individuellen Lernentwicklung aller Schülerinnen und Schüler förderlich ist.

Mit dem Schüler- und dem Lehrerheft zur Lernausgangslage 7 möchten wir Sie bei dieser schwierigen Aufgabe unterstützen. Das Material soll es Ihnen erleichtern, individuelle, kompetenzorientierte Diagnosen zu stellen und denjenigen Schülerinnen und Schülern, die fachliche Defizite haben, effizient dabei zu helfen, die Grundlage für eine erfolgreiche Weiterarbeit in der Sek. I schnell zu erreichen. Schüler- und Lehrerheft können selbstverständlich auch zur Förderung von Schülerinnen und Schülern genutzt werden, die bereits seit der fünften Jahrgangsstufe eine weiterführende Schule besuchen.

Diagnose hat dabei das Ziel, individuelle Voraussetzungen, Lernwege, Fähigkeiten und deren Grenzen im Bereich mathematischer Kompetenzen, wie sie im Rahmenlehrplan und in den Bildungsstandards der KMK beschrieben sind, zu erkennen und so die Grundlage für eine Einschätzung des individuellen Lern- und Förderbedarfs der Schülerinnen und Schüler im Fach Mathematik zu erhalten. Besonders hilfreich dafür sind die Aufgabenlösungen der Schülerinnen und Schüler, denn sie verraten, welche Gedanken sie zu ihrer Lösung bewogen haben.

Eine gute, kompetenzorientierte Diagnose bereitet eine angemessene, individuelle Förderung vor. Sie hilft bei der Planung von Lehr-Lern-Prozessen und bei den nötigen Entscheidungen in komplexen Unterrichtssituationen. Dazu ist es erforderlich, vorhandene Stärken und Schwächen zu erkennen, denn Förderung kann nur auf den bereits vorhandenen Kompetenzen aufbauen.

Sie finden hier Aufgaben, die besondere Stärken sichtbar oder auf mögliche Fehlvorstellungen aufmerksam machen können. Wie mit Hilfe dieser Aufgaben eine gezielte Förderung initiiert werden kann, wird an einigen Aufgaben verdeutlicht.

Es ist unmöglich, die Bandbreite der prozess- und inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen am Beginn der Jahrgangsstufe 7 in einem Set von nur 20 Aufgaben abzudecken. Das Material soll Sie ermuntern und Ihnen Anregungen geben, weitere Diagnose- und Fördermaßnahmen einzusetzen. Um diesen Zweck zu erfüllen, müssen Aufgaben hinreichend offen, differenzierend und authentisch sein.

Weitere Anregungen für Ihre kompetenzorientierte und diagnostische Arbeit finden Sie in:

- Kompetenzorientierte Diagnose, Aufgaben für den Mathematikunterricht, Sinus-Transfer/Landesinstitut für Schule NRW/Klett-Verlag 2006
- Förderorientierung im Mathematikunterricht, Impulse aus Schweden Lehrerhochschule Stockholm 2003, im Netz unter
- http://sinus-transfer.uni-bayreuth.de/fileadmin/MaterialienBT/Soltau_2006/Schwedisches_Material_Folien_und_Beispiele_060314.pdf
- Werner Blum, Christina Drüke-Noe, Ralph Hartung, Olaf Köller (Hrsg.), Bildungsstandards Mathematik: konkret, Sekundarstufe I, Cornelsen Scriptor 2006

Für Ihre Arbeit mit den neuen siebten Klassen wünschen wir Ihnen viel Freude und Erfolg.

Wir möchten die Aufgabenformate und die Materialien zu Ihrer Unterstützung auch für das nächste Jahr weiter verbessern und bedanken uns im Voraus für Ihre Rückmeldungen an die Leiterin des Entwicklerteams Marianne Richter (Marianne.Richter@lisum.berlin-brandenburg.de)

Christian Bänsch

Senatsverwaltung für Bildung,
Wissenschaft und Forschung

Ines Fröhlich

Landesinstitut für Schule und Medien
Berlin Brandenburg

Hans-Jürgen Kuhn

LISUM Berlin-Brandenburg
Ministerium für Bildung, Jugend und Sport
Brandenburg

1 Übersicht über die verwendeten Aufgaben der Schülerhefte

Aufgabe Nr.	Aufgabe Name	Leitidee	Standardbezug gemäß dem Rahmenlehrplan Mathematik Grundschule am Ende der Jahrgangsstufe 6	Kompetenzbereich	Anforderungsbereich
Aufgabenteil 1					
101 – 102	Ausflug	Daten und Zufall	... entnehmen aus Tabellen Informationen.	K6	I
103 – 106	Schulessen	Daten und Zufall	... entnehmen aus Diagrammen Informationen.	K3, K5	I
107 – 110	Basketball	Daten und Zufall	Absolute Häufigkeiten vergleichen, arithmetisches Mittel, Aussagen bewerten	K5, K6	II
111 – 114	Speiseplan	Daten und Zufall	... lösen einfache kombinatorische Aufgaben.	K3	II, III
115 – 117	Münzwurf	Daten und Zufall	... ermitteln und vergleichen Wahrscheinlichkeiten von zufälligen Ergebnissen.	K3	II
Aufgabenteil 2					
201	Preisvergleich	Zahlen und Operationen	... lösen Sachaufgaben, die Zuordnungen enthalten.	K2	I, III
202	Taschengeld	Größen und Messen	... kennen und verstehen Bruchzahlen im Zusammenhang mit Größen ... berechnen den Anteil einer Größe.	K2, K6	II
203 – 204	Rechnen mit Überschlag	Zahlen und Operationen	... runden und schätzen problemangemessen.	K5, K2	I
205 – 207	Zuordnungen	Zahlen und Operationen, Größen und Messen	...erkennen Zuordnungen, beschreiben sie sprachlich und in Tabellen. ... erfassen und beschreiben Zuordnungen zwischen Größen.	K3	III
208 – 210	Rechnen mit Brüchen	Zahlen und Operationen	... verstehen und wenden Rechenoperationen im Bereich der gebrochenen Zahlen an.	K5	I
211 – 213	Rechenwege	Zahlen und Operationen	...rechnen sicher mit natürlichen Zahlen.	K5	II
214 – 215	Fieberkurve	Funktionaler Zusammenhang	... entnehmen Diagrammen Informationen.	K5	I
Aufgabenteil 3					
301 – 306	Zahlengerade	Zahlen und Operationen	... veranschaulichen gebrochene Zahlen in verschiedenen Darstellungsweisen.	K4	II
307 – 309	Einkauf	Größenvergleich	... entnehmen aus Sachtexten und anderen Darstellungen die relevanten Informationen.	K5, K3	III
310 – 312	Dezimalzahlen addieren	Zahlen und Operationen	... verstehen und wenden Rechenoperationen im Bereich der gebrochenen Zahlen an.	K5	II

Aufgabe Nr.	Aufgabe Name	Leitidee	Standardbezug gemäß dem Rahmenlehrplan Mathematik Grundschule am Ende der Jahrgangsstufe 6	Kompetenzbereich	Anforderungsbereich
313 – 317	Rechenzeichen	Zahlen und Operationen	... verstehen die Grundrechenarten und Zusammenhänge zwischen ihnen.	K5	I
318	Melanie	Zahlen und Operationen	... stellen Lösungsprozesse dar.	K2	III
Aufgabenteil 4					
401 – 404	Maße schätzen	Größen und Messen	... besitzen Größenvorstellungen.	K6	II
405	Flächenvergleich	Form und Veränderung	... bestimmen den Flächeninhalt von ebenen Figuren.	K2	III
406 – 408	Flächenzerlegung	Form und Veränderung	... bestimmen den Flächeninhalt von ebenen Figuren. ... vollziehen Vorgehensweisen... beim Lösen von Aufgaben nach.	K2	II
409 – 410	Joggingstrecke	Größen und Messen	... können in Sachsituationen angemessene Näherungswerte auswählen und Ergebnisse mit sinnvoller Genauigkeit angeben.	K3	II
411 – 412	Umfang	Form und Veränderung	... bestimmen den Umfang von ebenen Figuren. ... beschreiben Veränderungen von Flächeninhalt und Umfang in Abhängigkeit von den Seitenlängen.	K5, K3	II, III
413 – 415	Stern - Fünfeck	Form und Veränderung	... messen und benennen Winkel. ... identifizieren Symmetrien in ebenen Figuren.	K5	I
416 – 419	Punkte im Koordinatenkreuz	Form und Veränderung	... identifizieren und realisieren Abbildungen von ebenen Figuren. ... benennen ebene Figuren.	K5	II
420	Geometrische Formen	Form und Veränderung	... erkennen, benennen (...) ebene Figuren ...	K5	I

2 Auswertungshilfe zu den Aufgaben des Schülerhefts

Der Erwartungshorizont enthält sowohl Lösungsskizzen als auch Hinweise zur Diagnose: Zu jeder Aufgabe ist angegeben, welche Fähigkeit oder Fertigkeit ein Schüler mit dieser Aufgabe vorrangig nachweisen kann. Außerdem wird jeweils der Standard gemäß dem Rahmenlehrplan Mathematik Grundschule (2004) angegeben, auf den sich die Aufgabe bezieht.

Oft sind von der aufgeführten Lösungsskizze abweichende Lösungswege möglich. Jeder Aufgabe werden die überwiegende Leitidee und der Kompetenzbereich gemäß den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Bildungsabschluss der KMK zugeordnet. Da alle mathematischen Kompetenzen unterschiedliche Komplexität aufweisen können, wird auch der überwiegende Anforderungsbereich angegeben.

2.1 Auswertungshilfe zu Teil 1 des Schülerheftes

Die Aufgaben des ersten Teils des Schülerheftes unterstützen Sie bei der Planung des Moduls „Daten und Zufall“ in der 7. Jahrgangsstufe. Dieses Modul gehört zu den Pflichtmodulen im ersten Halbjahr. Von besonderem Interesse sind die hier aufgeführten Aspekte:

1. Vorerfahrungen und Vorstellungen vom Anteilsbegriff
2. Vorstellungen von gebrochenen und natürlichen Zahlen
3. Umgang mit Diagrammen
4. einfache Modellierungen zur Wahrscheinlichkeitsrechnung (Laplace-Versuche)

Aufgabe	Erwartungshorizont																						
Ausflug																							
Bezug zum Grundschulstandard Ende 6: Schülerinnen und Schüler entnehmen aus Sachtexten und anderen Darstellungen die relevanten Informationen.																							
101	Es werden Fahrscheine für die Tarifzone ABC benötigt. Sie kosten: Erwachsene 2,80 € Kinder 2,00 €	L5, K6, AFB I																					
102	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 80%;"></th> <th style="width: 10%; text-align: center;">richtig</th> <th style="width: 10%; text-align: center;">falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Frau Krüger hat für 2 Erwachsene und 3 Kinder Fahrscheine für eine Richtung gekauft.</td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>Frau Krüger muss ihr Ergebnis noch verdoppeln, dann stimmt es.</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>Herr Krüger hat für 6 Erwachsene und 4 Kinder Fahrscheine gekauft. Das sind zu viele Fahrscheine.</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>Mit einer 4-Fahrten-Karte ABC für Erwachsene, einer für Kinder und zwei Fahrscheinen zu 2,80 € kann die Familie auch fahren.</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>Wenn die Familie die 4-Fahrten-Karten nutzt, spart sie 5,90 € gegenüber den Einzelfahrscheinen.</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>Der älteste Sohn will die Kleingruppenkarte kaufen. Er behauptet, dass sei am günstigsten.</td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>		richtig	falsch	Frau Krüger hat für 2 Erwachsene und 3 Kinder Fahrscheine für eine Richtung gekauft.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Frau Krüger muss ihr Ergebnis noch verdoppeln, dann stimmt es.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	Herr Krüger hat für 6 Erwachsene und 4 Kinder Fahrscheine gekauft. Das sind zu viele Fahrscheine.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	Mit einer 4-Fahrten-Karte ABC für Erwachsene, einer für Kinder und zwei Fahrscheinen zu 2,80 € kann die Familie auch fahren.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	Wenn die Familie die 4-Fahrten-Karten nutzt, spart sie 5,90 € gegenüber den Einzelfahrscheinen.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	Der älteste Sohn will die Kleingruppenkarte kaufen. Er behauptet, dass sei am günstigsten.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	L5, L1 K6 AFB II
	richtig	falsch																					
Frau Krüger hat für 2 Erwachsene und 3 Kinder Fahrscheine für eine Richtung gekauft.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																					
Frau Krüger muss ihr Ergebnis noch verdoppeln, dann stimmt es.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																					
Herr Krüger hat für 6 Erwachsene und 4 Kinder Fahrscheine gekauft. Das sind zu viele Fahrscheine.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																					
Mit einer 4-Fahrten-Karte ABC für Erwachsene, einer für Kinder und zwei Fahrscheinen zu 2,80 € kann die Familie auch fahren.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																					
Wenn die Familie die 4-Fahrten-Karten nutzt, spart sie 5,90 € gegenüber den Einzelfahrscheinen.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																					
Der älteste Sohn will die Kleingruppenkarte kaufen. Er behauptet, dass sei am günstigsten.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																					

Aufgabe	Erwartungshorizont	Standardbezug																											
Schulessen																													
Bezug zum Grundschulstandard Ende 6: Schülerinnen und Schüler entnehmen aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen Informationen und interpretieren diese.																													
103	Am häufigsten gab es Nudeln.	L5, K5 AFB I																											
104	<table border="1" data-bbox="592 504 963 707"> <thead> <tr> <th>Beilage</th> <th>Prozentsatz</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Nudeln</td> <td>50 %</td> </tr> <tr> <td>Kartoffeln</td> <td>25 %</td> </tr> <tr> <td>Reis</td> <td>ca. 15 %</td> </tr> <tr> <td>Sonstiges</td> <td>ca. 10 %</td> </tr> </tbody> </table>	Beilage	Prozentsatz	Nudeln	50 %	Kartoffeln	25 %	Reis	ca. 15 %	Sonstiges	ca. 10 %	L5, K5 AFB I																	
Beilage	Prozentsatz																												
Nudeln	50 %																												
Kartoffeln	25 %																												
Reis	ca. 15 %																												
Sonstiges	ca. 10 %																												
105	<p>Antwort: Es gab an 5 Schultagen im Juni Kartoffeln.</p> <p>Mögliche Begründungen: Kartoffeln gab es in 25 % der Fälle. 25 % von 20 Schultagen entsprechen 5 Schultagen.</p> <p>Richtig wäre auch die Begründung: An einem Viertel der 20 Schultage gab es Kartoffeln. $\frac{1}{4}$ von 20 = 5</p>	L5, K3 AFB II																											
106	<p>Säulendiagramm:</p> <table border="1" data-bbox="293 1039 1214 1702"> <thead> <tr> <th></th> <th>richtig</th> <th>falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>In Halits Diagramm sind die Säulen nicht gleich breit. Daher ist das Diagramm falsch.</td> <td>X</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Wenn die Beschriftung viel Platz braucht, darf man eine Säule auch breiter zeichnen.</td> <td></td> <td>X</td> </tr> <tr> <td>Die Breite der Säulen ist egal, wichtig ist, dass die Höhe stimmt. Dadurch kann man ablesen, wie oft es was gab.</td> <td></td> <td>X</td> </tr> <tr> <td>Alinas Diagramm ist falsch, weil zwischen den Säulen Abstände sind.</td> <td></td> <td>X</td> </tr> <tr> <td>Dass Halit die Maßzahlen weggelassen hat, ist egal. Man kann sie sich denken.</td> <td></td> <td>X</td> </tr> <tr> <td>Das Alina die Beschriftung „Tage“ weggelassen hat, ist ein Fehler.</td> <td>X</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Die Säulen müssen der Größe nach geordnet sein.</td> <td></td> <td>X</td> </tr> <tr> <td>Jedes Diagramm braucht eine Legende oder Beschriftung.</td> <td>X</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		richtig	falsch	In Halits Diagramm sind die Säulen nicht gleich breit. Daher ist das Diagramm falsch.	X		Wenn die Beschriftung viel Platz braucht, darf man eine Säule auch breiter zeichnen.		X	Die Breite der Säulen ist egal, wichtig ist, dass die Höhe stimmt. Dadurch kann man ablesen, wie oft es was gab.		X	Alinas Diagramm ist falsch, weil zwischen den Säulen Abstände sind.		X	Dass Halit die Maßzahlen weggelassen hat, ist egal. Man kann sie sich denken.		X	Das Alina die Beschriftung „Tage“ weggelassen hat, ist ein Fehler.	X		Die Säulen müssen der Größe nach geordnet sein.		X	Jedes Diagramm braucht eine Legende oder Beschriftung.	X		L5, K5 AFB III
	richtig	falsch																											
In Halits Diagramm sind die Säulen nicht gleich breit. Daher ist das Diagramm falsch.	X																												
Wenn die Beschriftung viel Platz braucht, darf man eine Säule auch breiter zeichnen.		X																											
Die Breite der Säulen ist egal, wichtig ist, dass die Höhe stimmt. Dadurch kann man ablesen, wie oft es was gab.		X																											
Alinas Diagramm ist falsch, weil zwischen den Säulen Abstände sind.		X																											
Dass Halit die Maßzahlen weggelassen hat, ist egal. Man kann sie sich denken.		X																											
Das Alina die Beschriftung „Tage“ weggelassen hat, ist ein Fehler.	X																												
Die Säulen müssen der Größe nach geordnet sein.		X																											
Jedes Diagramm braucht eine Legende oder Beschriftung.	X																												

Aufgabe	Erwartungshorizont				Standardbezug																								
Basketball																													
Schülerinnen und Schüler - geben Anteile (relative Häufigkeiten) als Bruch an, - erkennen Beziehungen zwischen auftretenden Größen, - beurteilen Aussagen zu den Beziehungen, - bestimmen das arithmetische Mittel.																													
107	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 20%;">Name</th> <th style="width: 15%;">Würfe</th> <th style="width: 15%;">Treffer</th> <th style="width: 50%;">Trefferquote</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Philipp</td> <td>25</td> <td>13</td> <td>$\frac{13}{25}$</td> </tr> <tr> <td>Eric</td> <td>75</td> <td>25</td> <td>$\frac{25}{75} = \frac{1}{3}$</td> </tr> <tr> <td>Jonas</td> <td>50</td> <td>10</td> <td>$\frac{10}{50} = \frac{1}{5}$</td> </tr> <tr> <td>Jessica</td> <td>20</td> <td>5</td> <td>$\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$</td> </tr> <tr> <td>Lisa</td> <td>60</td> <td>10</td> <td>$\frac{10}{60} = \frac{1}{6}$</td> </tr> </tbody> </table>				Name	Würfe	Treffer	Trefferquote	Philipp	25	13	$\frac{13}{25}$	Eric	75	25	$\frac{25}{75} = \frac{1}{3}$	Jonas	50	10	$\frac{10}{50} = \frac{1}{5}$	Jessica	20	5	$\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$	Lisa	60	10	$\frac{10}{60} = \frac{1}{6}$	L5, K5 AFB I
Name	Würfe	Treffer	Trefferquote																										
Philipp	25	13	$\frac{13}{25}$																										
Eric	75	25	$\frac{25}{75} = \frac{1}{3}$																										
Jonas	50	10	$\frac{10}{50} = \frac{1}{5}$																										
Jessica	20	5	$\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$																										
Lisa	60	10	$\frac{10}{60} = \frac{1}{6}$																										
108	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tbody> <tr> <td style="width: 20%;">Fikret</td> <td style="width: 15%;">12</td> <td style="width: 15%;">6</td> <td style="width: 50%;">50 %</td> </tr> </tbody> </table>				Fikret	12	6	50 %	AFB II																				
Fikret	12	6	50 %																										
109			richtig	falsch	L5, K6 AFB II																								
Jessica hat nur fünfmal getroffen. Trotzdem behauptet sie, besser treffen zu können als Jonas.			<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																									
Am sichersten trifft Eric. Er hat mit 25 Treffern am häufigsten getroffen.			<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																									
Jonas trifft sicherer als Lisa.			<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																									
Lisa trifft besonders selten. Sie trifft nur jedes 6. Mal.			<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																									
Phillip hat die beste Trefferquote. Mehr als die Hälfte seiner Würfe treffen.			<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																									
110	Das arithmetische Mittel beträgt 8,2.				L5, K5 AFB I																								

Aufgabe	Erwartungshorizont	Standardbezug						
Speiseplan								
Bezug zum Grundschulstandard Ende 6: Schülerinnen und Schüler lösen kombinatorische Aufgaben.								
111	Jede vollständige Kombination ist richtig.	L5 K3						
112	Jede Möglichkeit, die nur an einer Stelle von den anderen abweicht, gilt als richtig.							
113	Es gibt 12 Kombinationen: $3 * 2 * 2 = 12$							
114	Es gibt 36 Kombinationen: $3 * 3 * 2 * 2 = 36$							
Münzwurf								
Bezug zum Grundschulstandard Ende 6: Schülerinnen und Schüler ermitteln und vergleichen Wahrscheinlichkeiten von zufälligen Ereignissen.								
115	Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei einer Münze Zahl und bei einer Münze Wappen oben liegt, ist <table style="margin-left: 20px;"> <tr><td><input checked="" type="checkbox"/></td><td>$\frac{1}{2}$</td></tr> <tr><td><input type="checkbox"/></td><td>$\frac{1}{4}$</td></tr> <tr><td><input type="checkbox"/></td><td>Keines davon</td></tr> </table>	<input checked="" type="checkbox"/>	$\frac{1}{2}$	<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{4}$	<input type="checkbox"/>	Keines davon	L5, K3 AFB II
<input checked="" type="checkbox"/>	$\frac{1}{2}$							
<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{4}$							
<input type="checkbox"/>	Keines davon							
116	Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei beiden Münzen Wappen oben liegt, ist <table style="margin-left: 20px;"> <tr><td><input checked="" type="checkbox"/></td><td>genauso groß wie die Wahrscheinlichkeit, dass bei beiden Münzen Zahl oben liegt.</td></tr> <tr><td><input checked="" type="checkbox"/></td><td>$\frac{1}{4}$</td></tr> <tr><td><input type="checkbox"/></td><td>$\frac{1}{2}$</td></tr> </table>	<input checked="" type="checkbox"/>	genauso groß wie die Wahrscheinlichkeit, dass bei beiden Münzen Zahl oben liegt.	<input checked="" type="checkbox"/>	$\frac{1}{4}$	<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{2}$	L5, K3 AFB II
<input checked="" type="checkbox"/>	genauso groß wie die Wahrscheinlichkeit, dass bei beiden Münzen Zahl oben liegt.							
<input checked="" type="checkbox"/>	$\frac{1}{4}$							
<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{2}$							
117	Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei dem Ein-Euro-Stück Zahl oben liegt, ist <table style="margin-left: 20px;"> <tr><td><input checked="" type="checkbox"/></td><td>genauso groß wie die Wahrscheinlichkeit, dass bei der 10-Cent-Münze Zahl oben liegt.</td></tr> <tr><td><input checked="" type="checkbox"/></td><td>$\frac{1}{2}$</td></tr> <tr><td><input type="checkbox"/></td><td>$\frac{1}{4}$</td></tr> </table>	<input checked="" type="checkbox"/>	genauso groß wie die Wahrscheinlichkeit, dass bei der 10-Cent-Münze Zahl oben liegt.	<input checked="" type="checkbox"/>	$\frac{1}{2}$	<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{4}$	L5, K3 AFB II
<input checked="" type="checkbox"/>	genauso groß wie die Wahrscheinlichkeit, dass bei der 10-Cent-Münze Zahl oben liegt.							
<input checked="" type="checkbox"/>	$\frac{1}{2}$							
<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{4}$							

2.2 Hinweise für die Diagnose zu einzelnen Aufgaben des ersten Aufgabenteils

Ausflug (Aufgabe 101-102)

Mögliche Schwierigkeiten:

Zu 101: Die Schülerinnen und Schüler müssen sich zunächst in die Situation des Wochenendausflugs hineinversetzen.

Dabei können folgende Textschwierigkeiten auftreten: Tarifgebiete sind unbekannt, Lebensjahr und Alter wird verwechselt, Regeltarif wird nicht als Preis für Erwachsene (ohne Ermäßigung) verstanden.

Zu 102: Zunächst müssen die Rechnungen von Frau und Herrn Krüger nachvollzogen und überprüft werden. Bei der Einschätzung der Aussagen auf ihre Richtigkeit kann es sein, dass die Schülerinnen und Schüler die Aussagen sowohl auf ihre Richtigkeit in Bezug auf das Sachproblem „Ausflug“ als auch auf die Rechnungen hin prüfen. Dies kann der Fall sein, wenn sie „Frau Krüger hat für 2 Erwachsene und 3 Kinder Fahrscheine für eine Richtung gekauft.“ als „falsch“ erachten.

Eine weitere Schwierigkeit der Aufgabe liegt darin, dass ein Kind der Krügers bereits den vollen Preis zahlen muss und für die BVG nicht mehr als Kind zählt. Wird dies nicht erkannt, werden voraussichtlich die 2. und die 3. Aussage als richtig erachtet.

Die dritte Aussage kann zu Problemen führen, weil der erste Satz eine richtige Interpretierung der Rechnung ist, aber die Folgerung in Bezug auf die Sachsituation nicht zutrifft.

Die vierte und fünfte Aussagen sind falsch, da es keine 4-Fahrten-Karte für ABC gibt.

Hinweise zur möglichen Weiterarbeit:

Sollten verstärkt Schwierigkeiten bei den Antworten auftreten, kann man den Schülerinnen und Schülern einfachere Aussagen zum Sachproblem vorlegen (Vorschlag siehe unten). Sinnvoll kann es auch sein, dass bei Schwierigkeiten zunächst der Fahrpreis für die Familie ausgerechnet und die Wahl des Tarifs begründet wird.

Bei der Arbeit mit Schülern mit sprachlichen Defiziten, hat es sich als hilfreich erwiesen, die Schülerinnen und Schüler die Aufgabe mit eigenen Worten aufschreiben zu lassen. Dabei hat sich das Schema bewährt:

Worum geht es?

Was weiß ich bereits?

Was will ich wissen?

Diese etwas ausführlichere Variante gegenüber dem üblichen Verfahren „gegeben – gesucht“ zwingt die Schüler durch die erneute Formulierung sich in die Situation hineinzudenken. An den Formulierungsversuchen werden inhaltliche und sprachliche Schwierigkeiten schnell deutlich und können geklärt werden.

Alternative Aussagen:

	richtig	falsch
Frau Krüger hat für 2 Erwachsene und 3 Kinder Fahrscheine für eine Richtung gekauft.		
Herr Krüger hat für 6 Erwachsene und 4 Kinder Fahrscheine gekauft.		
Mit einer Kleingruppenkarte können auch 5 Erwachsene fahren.		
Die Familie Krüger kann nicht mit der Kleingruppenkarte fahren, da sie für drei Erwachsene und zwei Kinder zahlen muss. Es können nur zwei Erwachsene und drei Kinder mit dieser Karte fahren.		
...		

Schulessen (Aufgabe 103 – 106)**Mögliche Schwierigkeiten:**

Zu 104: Es könnte bei „Reis“ und „Sonstiges“ auch die Lösung 12,5 % für beide Segmente geben oder Reis 13% und Sonstiges 12 %. Diese Lösungen können als richtig gelten, weisen aber darauf hin, dass es dem Schüler oder der Schülerin schwer fällt, die Größe der Segmente zu vergleichen und einzuschätzen. Bei der Angabe 12,5 % liegt vermutlich noch ein sehr umgangssprachliches Verständnis von $\frac{1}{2}$ vor, wie es auch im Sprachgebrauch genutzt wird: „So etwa die Hälfte“, „die größere Hälfte“, „die kleinere Hälfte“.

Zu 106: Schülerinnen und Schüler der 7. Jahrgangsstufe können in der Regel durchaus Säulendiagramme erstellen, haben aber Schwierigkeiten bei den formalen Anforderungen. In den Aussagen werden typische Fehler oder Ungenauigkeiten angesprochen.

Einige typische Fehler, wie z. B. die fehlende Beschriftung der Achsen mit „Tage“, entstehen auch dadurch, dass sich die Schüler nicht in einen neutralen Betrachter des Diagramms versetzen. Werden Sie auf die Mängel hingewiesen, argumentieren sie häufig mit „Ist doch nicht schlimm, der Lehrer/ der Mitschüler/ sie selbst wissen doch, worum es geht.“ Es ist doch nur für sie selbst und nicht für Fremde bestimmt. Eine zweite Ursache ist häufig darin begründet, dass die Schüler die Blattaufteilung im Voraus nicht übersehen.

Hinweise zur möglichen Weiterarbeit:

Wenn in Nr. 106 größere Unsicherheiten auftreten, ist es sinnvoll über fehlerhafte Diagramme zu sprechen. Dabei sollte vor allem den Schülern bewusst gemacht werden, warum z. B. auf die Breite der Säulen geachtet wird. Hier können Diagramme helfen, mit denen bestimmte Aussagen manipuliert werden. In Zeitschriften und Zeitungen finden sich dazu in der Regel schnell aktuelle Beispiele.

Basketball (Aufgabe 107 – 110)**Mögliche Schwierigkeiten:**

Die Aufgaben **107 – 108** erfassen, ob die Trefferquote bereits als ein relativer Wert aufgefasst wird, oder ob die Schülerinnen und Schüler die absoluten Treffer vergleichen. Insbesondere die ersten beiden Aussagen und die letzte weisen darauf hin, in wie weit bereits ein Verständnis für eine relative Häufigkeit (einen prozentualen Anteil) vorhanden ist.

Wenn dieses Denken noch fehlt, dann stehen die erreichten Punkte noch im Vordergrund und die absoluten Treffer werden verglichen, unabhängig von der Zahl der Versuche.

Zu 109: Die Antworten auf die 3. bis 5. Frage geben darüber Auskunft, wie weit die Schüler Anteile als ein Mittel zum Vergleich nutzen und kennen. Können sie jedes 5. Mal und jedes 6. Mal als Vergleich einordnen? Für viele ist es schwierig hier richtig zuzuordnen, da die Vorstellung von $\frac{1}{5}$ und $\frac{1}{6}$ noch nicht ausgeprägt ist. Wenn hier Fehler auftreten, werden vermutlich auch die Aufgaben 202 und 208 fehlerhaft bearbeitet. Ist jedoch Aufgabe 208 richtig, 202 und diese (109) aber falsch, dann werden die Teilaufgaben der Bruchrechnung unter Umständen schematisch richtig bearbeitet, genaue Vorstellungen zu den Größenordnungen fehlen aber noch.

Hinweis zur Weiterarbeit:

Bevor zur Erarbeitung der relativen Häufigkeiten übergegangen werden kann, sollte der Aspekt des Anteils gesichert werden. Die Notwendigkeit der relativen Häufigkeit für Vergleiche unterschiedlicher Gruppen sollte den Schülern einsichtig werden, damit der Prozentbegriff tragfähig wird.

Zu 110: Fehlerhafte Lösungen können auf folgende Fehlvorstellungen zum arithmetischen Mittel (Durchschnitt) hinweisen:

- 8,5 Das Ergebnis wurde entweder geraten oder es liegt ein Rechenfehler bei der Addition der Werte vor.
- 10 Der häufigste Wert (Modus) wird mit dem Durchschnitt verwechselt.
- 8,2 richtige Antwort
- 8 Ordnet man die Ergebnisse der Reihe nach und vernachlässigt die Häufigkeiten, dann steht 8 genau in der Mitte. Dies deutet auf ein geringes Verständnis des Durchschnitts.

Hinweis zur Weiterarbeit:

Häufig können die Schülerinnen und Schüler den Durchschnitt zwar gut berechnen, da er ihnen auch von Klassenarbeiten vertraut ist, aber die Interpretation des Wertes ist anspruchsvoll. Das zeigt sich, wenn neben dem arithmetischen Mittel auch mit dem Median und dem Modalwert argumentiert werden soll. Nachvollziehbare Beispiele zu Schulwegen oder Taschengeldhöhen mit extremen Werten können hier zum Verständnis beitragen.

Speiseplan (Aufgabe 111 – 114)

Hinweise zur Aufgabe

Nr. 111 und 112 haben keinen besonderen diagnostischen Wert. Sie helfen dem Schüler/der Schülerin sich in die Aufgabenstellung hineinzudenken.

Wird die Aufgabe 113 richtig beantwortet und die Nr. 114 gar nicht, dann wurde die Aufgabe vermutlich zählend bewältigt. Werden beide Aufgaben richtig beantwortet, kann davon ausgegangen werden, dass die Anzahl durch die multiplikative Verknüpfung ermittelt wurde. Diese Schüler haben bereits ein gutes Verständnis für einfache kombinatorische Überlegungen.

Münzwurf (Aufgabe 115 – 117)

Die Aufgabe gibt darüber Auskunft, ob mit Wahrscheinlichkeiten bereits gearbeitet wurde. Wenn das der Fall war, wird sie wenig Schwierigkeiten bereiten.

Allerdings lösen sich Schülerinnen und Schüler nur langsam von ihren Alltagsvorstellungen zum Wahrscheinlichkeitsbegriff. Aus der Spielerfahrung „wissen“ sie ja, dass es schwierig ist eine Sechs zu würfeln. Die Einsicht, dass das Ereignis „es erscheint eine Sechs“ beispielsweise mit dem Ereignis „es erscheint eine Eins“ verglichen werden muss und nicht mit dem Ereignis „es erscheint keine Sechs“, ist ein wichtiger Schritt in der Bildung des Verständnisses zum Wahrscheinlichkeitsbegriff.

2.3 Auswertungshilfe zu Teil 2 des Schülerheftes

Die Aufgaben des zweiten Teils des Schülerheftes unterstützen Sie bei der Planung des Moduls „Verhältnisse mit Proportionalität erfassen“ in der 7. Jahrgangsstufe. Dieses Modul gehört zu den Pflichtmodulen im ersten Halbjahr. Von besonderem Interesse sind die hier aufgeführten Aspekte:

5. Vorerfahrungen und Vorstellungen vom Anteilsbegriff
6. Vorstellungen von gebrochenen und natürlichen Zahlen
7. Vorstellungen von Größen
8. Vorerfahrungen zur Proportionalität
9. Überschlägiges Rechnen
10. Umgang mit Sachzusammenhängen

Aufgabe	Erwartungshorizont		Standardbezug
Preisvergleich			
Schülerinnen und Schüler lösen Sachaufgaben zur Proportionalität.			
201		stimmt	stimmt nicht
	1,80 € ist viel weniger als 6,40 €. Das Sonderangebot ist teurer.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
	Das Sonderangebot ist billiger, denn vier kleine Gläser kosten mehr als ein großes Glas.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Vier kleine Gläser kosten mindestens 1,00 € mehr als das Sonderangebot.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
	Frau Sparsam kauft zwei große Gläser. Sie spart dadurch über 2 € im Vergleich zu den kleinen Gläsern.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Rechnen mit Anteilen			
... kennen und verstehen Bruchzahlen im Zusammenhang mit Größen. Schülerinnen und Schüler berechnen den Anteil einer Größe.			
202		stimmt	stimmt nicht
	Robin hat Recht. $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{5}$ ist zusammen weniger als 1 €.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
	Robin hat nicht Recht. Das kann man nicht rechnen.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
	Robin hat Recht. Er gibt 8 € aus und das ist weniger als die Hälfte seines Taschengelds.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
	Robin hat nicht Recht. Er gibt 8 € aus und das ist mehr als die Hälfte seines Taschengelds.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Robin hat nicht Recht. $\frac{1}{3}$ plus $\frac{1}{5}$ ist größer als $\frac{1}{2}$. Also gibt er mehr als die Hälfte seines Geldes aus.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Robin hat Recht. Er gibt 6 € aus. Das ist weniger als die Hälfte.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Runden			
... runden und schätzen problemangemessen.			
203	1,78 \approx 1,8 14,65 \approx 14,7 5,046 \approx 5,0		L1, K5 AFB I
204	<input checked="" type="checkbox"/> 2 Stunden ist die realistischere Antwort. <input checked="" type="checkbox"/> 1 Stunde 30 Minuten ist auch als richtig zu werten.		L2, K2 AFB I

Zuordnungen							
...erkennen Zuordnungen, beschreiben sie sprachlich und in Tabellen.							
205	Typ I (Proportionale Zuordnung)						L4, K3 AFB II
	Wenn man dreimal so viel Faden kaufen will, muss man auch dreimal so viel bezahlen.				<input checked="" type="checkbox"/>		
206	Typ II (Antiproportionale Zuordnung)						L4, K3 AFB II
	Die Zuordnung Typ II passt: Die Dose hält länger, da weniger Fische auch weniger Futter brauchen.				<input checked="" type="checkbox"/>		
207	Keine von beidem						L4, K3 AFB II
	Die Kinder laufen immer genauso schnell. Daher passt keine von beiden.				<input checked="" type="checkbox"/>		
Rechnen mit Brüchen							
Bezug zum Grundschulstandard Ende 6: ... verstehen und wenden Rechenoperationen im Bereich der gebrochenen Zahlen an.							
208	$\frac{1}{12} < \frac{1}{8} < \frac{1}{6} < \frac{1}{4} < \frac{1}{3} < \frac{1}{2}$						L1, K5 AFB I
209	$\frac{3}{12} + \frac{5}{12} = \frac{2}{3}$		$\frac{4}{5} - \frac{6}{10} = \frac{1}{5}$				L1, K5 AFB I
	$\frac{4}{15} \cdot \frac{5}{8} = \frac{1}{6}$		$7 \cdot \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$				
	$\frac{1}{4} \cdot 0,5 = \frac{1}{8}$		$\frac{3}{8} : \frac{9}{12} = \frac{1}{2}$				
210	$\frac{17}{22} + \frac{27}{22} = 2$						L1, K5 AFB I
Rechenwege							
Bezug zum Grundschulstandard Ende 6: ... rechnen sicher mit natürlichen Zahlen.							
211	Viele Lösungen sind möglich, z. B: $50 : 5 \cdot 3 = 30$						L1, K5 AFB II
212	$50 : 10 \cdot 6 = 30$						
213	oder $50 - 40 + 20 = 30$						
Fieberkurve							
... entnehmen Diagrammen Informationen.							
214	Uhrzeit	9:00	11:00	ca. 12:30 und 16:15	<i>nie</i>	17:30	L5 K5
	Temperatur in °C	38°	38,5°	39°	40°	~ 38,6°-38,7°	

215	<p>Die Mutter gab ihr etwa um 14.00 Uhr das Fieberzäpfchen. Das Fieber betrug 39.5°.</p> <p>Die Mutter kann das Fieberzäpfchen zwischen 14.00 Uhr und 15.00 Uhr gegeben haben. Als richtig ist auch zwischen 13.30 Uhr und 14.00 Uhr zu werten. Es ist nicht anzunehmen, dass die Schülerinnen und Schüler wissen, dass das Medikament in der Regel sehr schnell wirkt.</p>	L5 K5
-----	---	----------

2.4 Hinweise für die Diagnose zu einzelnen Aufgaben des zweiten Aufgabenteils

Preisvergleich (Aufgabe 201)

Der Vergleich von Preisen ist Kindern durchaus vertraut. Das heißt aber nicht, dass sie dies können. Die Erfahrung und die Werbung spielen ihnen vor, dass eine große Packung im Verhältnis günstiger ist. Vielfach trifft dies auch zu, aber nicht immer.

Die unterschiedlichen Auswahlantworten deuten auf typische Fehlvorstellungen der Schüler in diesem Alter hin:

1,80 € ist viel weniger als 6,40 €. Das Sonderangebot ist teurer.

Wird hier mit ja geantwortet, liegen vermutlich noch keinerlei Vorstellungen eines relativen Vergleichs vor. Der Schüler oder die Schülerin argumentiert ausschließlich mit absoluten Werten. Vermutlich hat er/sie sich bei Aufgabe 107 -108 (Basketball) auch auf die absoluten Werte bezogen.

Das Sonderangebot ist billiger, denn vier kleine Gläser kosten mehr als ein großes Glas.

Wird hier mit ja geantwortet, heißt dies noch nicht, dass nachgerechnet wurde. Nur wenn auch die anderen Antworten richtig sind, kann davon ausgegangen werden, dass nicht gerechnet wurde. Insbesondere müsste dann die nächste Frage verneint werden, da ja das Angebot nur 0,80 € billiger ist.

Vier kleine Gläser kosten mindestens 1,00 € mehr als das Sonderangebot.

Diese Frage testet, ob aus der Erfahrung geantwortet wurde oder ob tatsächlich gerechnet wurde.

Frau Sparsam kauft zwei große Gläser. Sie spart dadurch über 2 € im Vergleich zu den kleinen Gläsern.

Kontrollfrage zu den vorhergehenden.

Taschengeld (Aufgabe 202)

Zur Aufgabe 202 finden Sie auf Seite 31 eine kommentierte beispielhafte Schülerlösung mit Hinweisen zur Diagnose und zur Weiterarbeit aus dem letzten Schuljahr.

Verstehen die Schülerinnen und Schüler Brüche nur als Bruchzahlen oder auch als Anteile?

Die einzelnen Antworten nehmen typische Schülerfehler auf. Daran werden unzureichende Vorstellungen von Brüchen und Anteilen deutlich.

Robin hat Recht. $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{5}$ ist zusammen weniger als 1 €.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
--	--------------------------	-------------------------------------

Wird dies als richtig erachtet, dann werden die Brüche nicht als Anteile des Taschengeldes angesehen. $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} < 1$, daraus wird auch auf $< 1€$ geschossen. Einheiten sind unter Umständen nur lästige Anhängsel.

Robin hat nicht Recht. Das kann man nicht rechnen.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
--	--------------------------	-------------------------------------

Fehlerhafte Lösungen deuten auf Hilflosigkeit hin. Es wurde eventuell geraten.

Robin hat Recht. Er gibt 8 € aus und das ist weniger als die Hälfte seines Taschengelds.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
--	--------------------------	-------------------------------------

8 € ist mehr als die Hälfte von 15 €. Hier liegt die Schwierigkeit im Textverständnis. Lesen die Schüler die Antwort bis zum Ende?

Robin hat nicht Recht. Er gibt 8 € aus und das ist mehr als die Hälfte seines Taschengelds.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
---	-------------------------------------	--------------------------

Wurde die Antwort in der Zeile darüber verbessert? Dann hat die Schülerin/ der Schüler vermutlich durch diesen fast gleichen Satz noch einmal genauer nachgelesen.

Robin hat nicht Recht. $\frac{1}{3}$ plus $\frac{1}{5}$ ist größer als $\frac{1}{2}$. Also gibt er mehr als die Hälfte seines Geldes aus.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--	-------------------------------------	--------------------------

Wird hier richtig geantwortet, dann deutet dies darauf, dass bereits abstrakt gedacht wird.

Robin hat Recht. Er gibt 6 € aus. Das ist weniger als die Hälfte.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
---	--------------------------	-------------------------------------

Hier wurde vermutlich so gerechnet: $\frac{1}{3}$ von 15 € = 5 €, $\frac{1}{5}$ von 5 € = 1 €, 1€ + 5 € = 6 €

Hinweis zur Weiterarbeit:

Ergeben sich hier größere Schwierigkeiten, kann auch die folgende Auswahlantwort Aufschluss über fehlerhaftes Denken geben:

Robin hat Recht. $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{5}$ ist zusammen weniger als 1 €.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
--	--------------------------	-------------------------------------

Wird dies als richtig erachtet, dann werden die Brüche nicht als Anteile des Taschengeldes angesehen. $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} < 1$, daraus wird auch auf $< 1€$ geschossen. Einheiten sind unter Umständen nur lästige Anhängsel.

Sollte dies der Fall sein, dann muss unbedingt handelnd versucht werden den Anteilsbegriff aufzuarbeiten. Hier können reine Rechentrainings die Defizite nicht beheben. Mit Hilfe von Spielgeld kann diese Aufgabe nachgespielt werden.

Runden (Aufgabe 203 - 204)

Zu 203: Die Aufgabe beschäftigt sich mit einem Ausschnitt des Themengebiets. Bei fehlerhafter Bearbeitung kann es gut sein, dass die Schüler „Zehntel“ nicht verstehen. Immer wieder ist das Stellenwertsystem nicht in ausreichendem Maße gesichert. Dann sollte auch in der 7. Klasse erneut mit der Stellenwerttabelle gearbeitet werden.

Zu 204: Die Aufgabe ermöglicht zwei Antworten. Beide stehen zur Wahl. Können sich die Schüler für eine entscheiden?

Zuordnungen (Aufgabe 205 – 207)

Der Grundschulrahmenplan wird häufig so interpretiert, dass proportionale und antiproportionale Zuordnungen vollständig zu erarbeiten seien. Da aber in der Regel noch nicht mit den Fachbegriffen gearbeitet wird, werden hier diese Zuordnungen durch ein Beispiel mit Typ I und Typ II umschrieben. Der Rahmenlehrplan der Klasse 7 fordert erneut die Arbeit mit Zuordnung. Diese Doppelung macht es in besonderem Maße notwendig zu erfahren, welche Vorkenntnisse die Schülerinnen und Schüler mitbringen.

Von Interesse ist, ob diese Aufgaben von Schülerinnen und Schülern schematisch bearbeitet werden oder inhaltlich gedacht wird. Daher ist es hier interessant, ob die Schülerinnen und Schüler die Beispiele auf die Aufgabe übertragen können und eine geeignete Begründung auswählen.

Rechnen mit Brüchen (Aufgabe 208 – 210)

Hinweise zur Aufgabe:

Zu 208: Die Aufgabe sollte insgesamt keine Schwierigkeit machen. Interessant ist, wie die Anordnung aufgeschrieben wird. Wird das Relationszeichen genutzt? Wird tatsächlich mit dem kleinsten Wert begonnen?

Zu 209 und 210: Häufig wird kein Hauptnenner gebildet, wenn nicht unmittelbar vor der Bearbeitung besonders darauf hingewiesen wird. Das heißt nicht, dass die Schülerinnen und Schüler nicht in der Lage wären den Hauptnenner zu bilden, sondern dass sie die Notwendigkeit nicht verinnerlicht haben. Die Bruchrechnung wird dann schematisch bewältigt sowie an das Schema erinnert wird.

Die Auswahl der möglichen Ergebnisse legen das Kürzen nahe.

Hinweise zur möglichen Weiterarbeit

Wenn sich größere Schwierigkeiten im Bereich der Bruchrechnung abzeichnen, dann ist es fraglich, in wie weit ein erneutes Bruchrechentraining hilft. Dies wurde mit viel Zeitaufwand in der Grundschule getan. Helfen könnten hier beständige Übungen in der Art „Wo liegt der Fehler?“, „Wer hat Recht?“ oder „Erkläre den Rechenweg deiner Freundin/deinem Freund.“ Allerdings sollte neben dem verständnisorientierten Üben eine Routine auch im Umgang mit Brüchen das Ziel sein.

Rechenwege (Aufgabe 211 – 213)

Hinweise zur Aufgabe:

Sowohl bei der Prozentrechnung als auch für die Arbeit mit Zuordnungen in Tabellen ist es hilfreich, wenn die Schülerinnen und Schüler über flexible Rechenstrategien verfügen. Haben Sie bei dieser Aufgabe Schwierigkeiten, kann in Kopfrechenübungen darauf eingegangen werden. Eine hilfreiche Übung ist es, beliebige (vorgegebene) Zahlen so verknüpfen zu lassen, dass das Ergebnis möglichst groß/klein/nahe Null wird. Gerade in leistungsschwächeren oder sehr heterogenen Gruppen ist der umgekehrte Weg oft sinnvoller: eine Zielzahl wird gegeben und die Schülerinnen und Schüler sollen etwa 10 passende Aufgaben selbst finden. Schnell versuchen auch leistungsschwächere Schüler nicht nur beinahe triviale Aufgaben zu schreiben. Die Schwierigkeit kann man erhöhen, indem die Anzahl und die Art der Verknüpfungen vorgegeben werden.

Fieberkurve (Aufgabe 214 – 215)

Hinweise zur Aufgabe:

Zu 214: Die Schwierigkeit der Aufgabe liegt darin, dass zwar der Zeit eindeutig eine Temperatur zugeordnet wird, aber umgekehrt dies nicht gilt. So gibt es zu 39° zwei Lösungen und zu 40° keine. Erkennen dies die Schülerinnen und Schüler oder geben Sie sich mit einer Antwort zufrieden?

Zu 215: Können die Schülerinnen und Schüler die Kurve interpretieren oder antworten sie mit „Das kann man nicht wissen.“?

Hinweis zur Weiterarbeit:

Sollte diese Aufgabe Schwierigkeiten bereiten, dann ist den Schülerinnen und Schülern die Funktion eines Diagramms vielleicht noch nicht deutlich. Es bündelt Informationen, stellt sie übersichtlich dar, aber es lässt Informationen auch weg.

Aufgabenvorschlag zur Weiterarbeit:

Die Mutter telefoniert am Abend mit dem Kinderarzt. Schreibe das Telefonat auf.

Werden in dem Telefonat Beschreibungen wie das Fieber steigt, das Fieber sinkt, das Fieber war am höchsten genutzt? Wird eine Begründung gegeben, warum das Fieber wieder sinkt?

2.5 Auswertungshilfe zu Teil 3 des Schülerheftes

Die Aufgaben des dritten Teils des Schülerheftes unterstützen Sie bei der Planung des Moduls „Negative Zahlen verstehen und verwenden“ in der 7. Jahrgangsstufe. Dieses Modul gehört zu den Pflichtmodulen im ersten Halbjahr. Von besonderem Interesse sind die hier aufgeführten Aspekte:

11. Verständnis der Rechenoperationen
12. Vorstellungen von gebrochenen und natürlichen Zahlen
13. Kardinalzahlaspekt und Ordinalzahlaspekt
14. Überschlägiges Rechnen

Aufgabe	Erwartungshorizont	Standardbezug
Zahlengerade		
... stellen Zahlen am Zahlenstrahl dar und identifizieren sie.		
301	$A = 4$	L2, K4, AFB I
302	$B = 7,6$	L2, K4 AFB I
303 - 304	<p style="text-align: center;"> D A C B </p>	L2, K4 AFB I
305	3,6	L1, K6 AFB II
306	0,2	L1, K4 AFB I
Einkauf		
... übersetzen Sachprobleme in die Sprache der Mathematik, lösen sie innermathematisch und prüfen ihre Lösung an der Realität.		
307	<input checked="" type="checkbox"/> 0,5 l	L1, K5 AFB I
308	<input checked="" type="checkbox"/> 11,40 €	
309	Mögliche Lösung: 5 Tüten Kartoffelchips und 3 Tüten Gummibärchen können Tolga und Lena noch kaufen. ($5 \cdot 0,95 \text{ €} + 3 \cdot 1,25 \text{ €} = 4,75 \text{ €} + 3,75 \text{ €} = 8,50 \text{ €}$)	L1, K3 AFB III
Dezimalzahlen addieren		
...verstehen und wenden Rechenoperationen im Bereich der gebrochenen Zahlen an. Schülerinnen und Schüler nutzen Strategien des abschätzenden Rechnens. Je nach Rechenfertigkeit werden sie im Kopf, halbschriftlich oder auch schriftlich rechnen.		
310	$31,4 + 29,047 = 60,447$	L1, K5 AFB II
311	$16,258 + 19,005 = 35,263$	L1, K5 AFB II

312	Es gibt die folgenden Möglichkeiten $31,4 + 16,258 = 47,658$ $24,089 + 22,75 = 46,839$ $16,258 + 29,047 = 45,305$ $27,55 + 19,005 = 46,555$ $19,005 + 29,047 = 48,052$	L1, K5 AFB II
Rechenzeichen		
Schülerinnen und Schüler verstehen alle vier Grundrechenoperationen und Zusammenhänge zwischen ihnen.		
313	Mögliche Lösungen: $5 + 8 - 8 = 5$ $5 \cdot 8 : 8 = 5$	L1, K5 AFB I
314	$7 - 4 - 3 = 0$	L1, K5 AFB I
315	$8 : 4 + 3 = 5$	L1, K5 AFB I
316	$10 \cdot (2 - 1) = 10$	L1, K5 AFB I
317	$(48:4-3) \cdot 5 = 45$	L1, K5 AFB II
Melanie (Gewicht)		
Schülerinnen und Schüler übersetzen Sachprobleme in die Sprache der Mathematik, lösen sie innermathematisch...		
318	Melanie wiegt 30 kg, die Schwester wiegt 44 kg, da $30 + 14 = 44$ ist. Der Vater wiegt 84 kg, da $44 + 40 = 84$ ist. Die Mutter wiegt 61 kg, da $145 - 84 = 61$ ist.	L1, K2 AFB III

2.6 Hinweise für die Diagnose zu einzelnen Aufgaben des dritten Aufgabenteils:

Zahlengerade (Aufgabe 301-306)
Zur Aufgabe Zahlengerade (301 – 306) finden Sie auf Seite 34 eine kommentierte beispielhafte Schülerlösung mit Hinweisen zur Diagnose und zur Weiterarbeit aus dem letzten Schuljahr.
Einkauf (Aufgabe 307 –309)

Der erste Teil der Aufgabe (307 und 308) hilft den Schülerinnen und Schülern sich in die Sachsituation hineinzudenken. Es ist anspruchsvoll, für viele Personen einzukaufen und abzuschätzen, welche Mengen benötigt werden.

Zu 307: Wurde $\frac{1}{3}$ angekreuzt, dann haben die Schüler übersehen, dass Limo in 2 Literflaschen angeboten wird. Die Antwort $\frac{1}{4}$ deutet darauf, dass geschätzt wurde ohne zu rechnen. In beiden Fällen haben sie Schüler aber gemerkt, dass die Antwort 1 Liter unmöglich ist.

Zu 308: Die fehlerhaften Antworten deuten auf folgende Denkfehler:

9,50 €: Es wurde das Pfandgeld nicht berücksichtigt.

9,90 €: Das Pfandgeld wurde jeweils nur einmal addiert.

10,50 €: Es wurde das Pfandgeld nur für die Limo berechnet.

Zu 309: Hier ist die Aufzeichnung der Schüler von Interesse. Wurden unterschiedliche Kombinationen probiert? Gaben sich die Schülerinnen oder Schüler mit der ersten „passenden“ Lösung zufrieden? Wurde „zählend“ eingekauft, etwa so: 2 Tüten Chips = 1,80 € + 1 Tüte Gummibärchen = 3,05 € + noch zwei Tüten Chips Oder wurde systematisch probiert? Denkbar ist auch, dass sie sich für eine Mindestzahl an Tüten mit Chips entscheiden und das verbleibende Geld dann für Gummibärchen ausgeben. Hier ist noch interessant, ob sie für ihr Restgeld tatsächlich nicht noch einen weiteren Artikel hätten kaufen können. Diese unterschiedlichen Lösungswege geben Aufschluss darüber, wie weit die Schülerinnen und Schüler bereits systematisch arbeiten können.

Dezimalzahlen addieren (Aufgabe 310 – 312)

Übersehen die Schülerinnen und Schüler die Aufgaben und können ohne weiteres die beiden Zahlen benennen, die die kleinste und größte Summe ergeben oder wird probiert? In der Regel dürften bei Nr. 310 und 311 keine Schwierigkeiten auftreten.

Hinweis zur Weiterarbeit:

Schwierigkeiten können durch die Dezimalstellen verursacht sein. Auch wenn die Aufgabe gar nicht gelöst wurde, kann dies an den „schwierigen Zahlen“ (drei Dezimalstellen werden von schwachen Schülern als schwierige Zahlen empfunden) liegen. Geben Sie ihren Schülern die Zahlen ohne Dezimalstellen und stellen erneut die Aufgabe, welche Zahlenpaare die größte/ kleinste Summe bilden. Bereitet ihnen das auch Schwierigkeiten, dann weist dies auf größere Schwierigkeiten hin, die einer genaueren Diagnose bedürfen.

Möglich ist es, dass die Schüler keinerlei Kopfrechenfähigkeiten besitzen und daran scheitern. Dann werden sie versuchen auch die vereinfachten Aufgaben schriftlich zu lösen.

Rechenzeichen (Aufgabe 313 –317)

Schülerinnen und Schüler, die sowohl in Aufgabe 310 -312 Schwierigkeiten haben als auch hier, haben deutliche Defizite. Hier muss über eine besondere Förderung nachgedacht werden.

Melanie (Aufgabe 318)

In dieser Aufgabe ist es interessant, ob die Schülerinnen und Schüler ihren Lösungsweg aufschreiben können und wie sie dies tun. Nutzen sie dazu Terme? Oder beschreiben sie ihn mit Sätzen? Wie übersichtlich können sie ihre Lösung dokumentieren? Oder wird das Ergebnis zwar richtig angegeben aber ohne jede Begründung?

Hinweise zur Weiterarbeit:

Schülerinnen und Schülern fällt es schwer zu erklären, wie sie gerechnet haben. Noch schwerer ist es für sie dies schriftlich zu tun, da ihnen die erforderlichen mathematischen Werkzeuge nicht selbstverständlich sind. Terme werden nicht als Mittel zur Dokumentation erkannt.

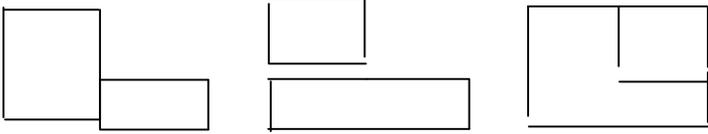
Situationen mit Termen zu beschreiben, verlangt ein hohes Maß an Abstraktion. Hilfreich kann es sein, dass Schüler sich gegenseitig immer wieder ihr Vorgehen erläutern und zu Termen Sachsituationen erfinden.

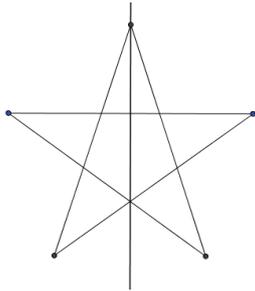
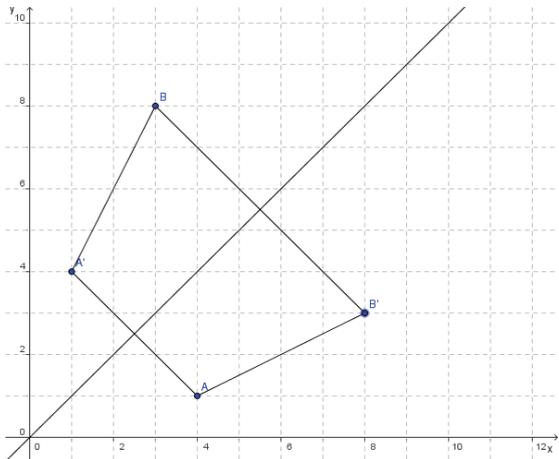
2.7 Auswertungshilfe zu Teil 4 des Schülerheftes

Die Aufgaben des vierten Teils des Schülerheftes unterstützen Sie bei der Planung des Moduls „Konstruieren und mit ebenen Figuren argumentieren“ in der 7. Jahrgangsstufe. Von besonderem Interesse sind die hier aufgeführten Aspekte:

15. Vorstellungen von Größen
16. Vorstellungen von ebenen Figuren und Flächeninhalten
17. Fertigkeiten im Messen
18. Umgang mit dem Koordinatenkreuz

Aufgabe	Erwartungshorizont		Standardbezug
Maße schätzen			
... vergleichen und schätzen Größen. Die Schülerinnen und Schüler entscheiden bei Gegenständen aus ihrem Alltag, ob die angegebenen Flächeninhalte bzw. Volumina richtig sind und begründen ihre Meinung.			
401		Könnte stimmen	Sicher falsch
	Eine Zimmertür ist 200 cm hoch. Mögliche Begründung: 200 cm = 2 m. Eine Zimmertür ist etwas größer als ein Erwachsener.	X	
			L3 K6
402		Könnte stimmen	Sicher falsch
	Sechs Flaschen Mineralwasser zu je 1,5 l Inhalt wiegen 6 kg. Richtig ist: Die sechs Flaschen Wasser zu je 1,5 l wiegen 9 kg. Mögliche Begründung: 1 l Wasser wiegt 1 kg. 6 Flaschen zu 1,5 l wiegen also 9 kg. Oder: Da eine Flasche 1,5 kg wiegt, sind 6 Flaschen auf jeden Fall mehr als 6 kg.		X
403		Könnte stimmen	Sicher falsch
	Ein Zehneuroschein ist 5 cm ² groß. Mögliche Begründung: 5 cm ² = 5 cm · 1 cm, der Zehneuroschein ist aber wesentlich länger und breiter (ca. 13 cm lang, 6 cm breit).		X

404		Könnte stimmen	Sicher falsch	
	1 Liter Saft hat ein Volumen von 1 dm^3 .	X		
	Begründung: $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l}$			
Flächenvergleich				
... bestimmen Flächeninhalt von Rechtecken Die Schülerinnen und Schüler vergleichen zwei Flächeninhalte und entscheiden durch Rechnung, welcher Flächeninhalt größer ist.				
405	Feld 1: $110 \cdot 75 = 8250$ $A = 8250 \text{ m}^2$ Feld 2: $120 \cdot 65 = 7800$ $A = 7800 \text{ m}^2$			
	<input type="checkbox"/> $110 + 75 = 120 + 65$ Die Felder sind gleich groß. Der Bauer kann tauschen. <input type="checkbox"/> Das neue Feld ist größer, da es länger ist. Der Bauer sollte nicht tauschen. <input type="checkbox"/> Das alte Feld ist größer, da es breiter ist. Der Bauer sollte nicht tauschen. <input checked="" type="checkbox"/> $120 \cdot 65 > 110 \cdot 75$ Das neue Feld ist größer, der Bauer kann tauschen.			L3 K2
Flächenzerlegung				
... bestimmen den Flächeninhalt von ebenen Figuren; ebene Figuren zusammensetzen und (zer-)legen.				
406 - 408	Die Schülerinnen und Schüler erläutern die drei angegebenen Lösungsstrategien. Sie argumentieren mit Flächenzerlegungen und –ergänzung z. B. durch Einzeichnen.			
	 <p style="text-align: center;">Jana Peter Elif</p>			L3 K2
Joggingstrecke				
... maßstäbliche Zeichnungen lesen. Die Schülerinnen und Schüler benutzen den angegebenen Maßstab und schätzen die Länge der Strecke.				
409	Die Strecke ist ungefähr $1500 \text{ m} = 1,5 \text{ km}$ lang. Da sie zweimal den See umrundet, läuft Frau H. ungefähr 3 km . Größere Abweichungen sind möglich, da die Schülerinnen und Schüler die Strecke vermutlich mit ihrem Daumen ausmessen.			
410	Zum Beispiel: Ich habe es mit der Breite meines Zeigefingers ausgemessen.			L3 K3
Umfang				
...bestimmen den Umfang von Figuren..				
411	$u = 18 \text{ cm}$			L3, K5

412	z. B. durch „Herausklappen“ der Ecken, so dass ein Rechteck mit den Maßen $a = 6 \text{ cm}$ und $b = 3 \text{ cm}$ entsteht.	L3 K3
Stern (Pentagramm)		
... Symmetrien in ebenen Figuren und Körpern identifizieren; erkennen und beschreiben Gesetzmäßigkeit in geometrischen Mustern. Die Schülerinnen und Schüler untersuchen den Stern auf Symmetrien und geben kongruente Winkel an.		
413	$\alpha = 72^\circ$ $\beta = 36^\circ$ $\gamma = 108^\circ$	L3 K5
414	10 Winkel (Basiswinkel der Dreiecke) sind so groß wie α 5 Winkel sind so groß wie γ , wenn man nur die Innenwinkel zählt.	
415	Es gibt 5 Symmetrieachsen, durch jeden Eckpunkt geht eine Symmetrieachse.	
		
Punkte im Koordinatenkreuz		
... sich mithilfe von Koordinaten orientieren, geometrische Konstruktionen ausführen Die Schülerinnen und Schüler konstruieren im Koordinatenkreuz Spiegelpunkte und identifizieren die entstandene Figur.		
416	Eintragen des Punktes A (siehe Zeichnung)	L3 K5
		
417	B(3 8)	
418	siehe Zeichnung	
419	(gleichschenkliges) Trapez	
Geometrische Formen		
420	Die Figuren heißen: rechtwinkliges Dreieck, gleichschenkliges Dreieck Raute/Rhombus (Quadrat wäre hier auch richtig) Parallelogramm Zylinder Quader	L3 K5

2.8 Hinweise für die Diagnose zu einzelnen Aufgaben des vierten Aufgabenteils

Maße schätzen (Aufgabe 401-104)

Zur Aufgabe „Maße schätzen“ (401 – 404) finden Sie auf Seite 36 eine kommentierte beispielhafte Schülerlösung mit Hinweisen zur Diagnose und zur Weiterarbeit.

Flächenvergleich (Aufgabe 405)

Hinweis zur Aufgabe:

Der Flächeninhalt ist ein schwieriger Begriff in der Grundschulmathematik, da unterschiedliche Formen trotzdem flächeninhaltsgleich sein können. Eine Schwierigkeit besteht darin, dass der Flächeninhalt von Rechtecken formelmäßig berechnet werden kann, die Formel selbst aber oft nicht verstanden wird.

Sollten die folgenden Antworten als richtig erachtet werden, könnten folgende Fehlvorstellungen vorliegen:

- $110 + 75 = 120 + 65$ Die Felder sind gleich groß.
Der Bauer kann tauschen.

Da die Länge des Feldes um 10 Meter erhöht und die Breite um 10 Meter verkürzt wurde, liegt der Schluss nahe, dass sich der Flächeninhalt nicht verändert hat. Diese Schülerinnen und Schüler haben noch keine tragfähige Vorstellung zum Flächeninhalt erworben.

- Das neue Feld ist größer, da es länger ist.
Der Bauer sollte nicht tauschen.

Das neue Feld ist in der Tat größer, soweit stimmt die Antwort. Hat der Schüler die Antwort (Schlussfolgerung) auch gelesen oder nur den ersten Satz?

- Das alte Feld ist größer, da es breiter ist.
Der Bauer sollte nicht tauschen.

Nur von der Veränderung einer Länge kann man nicht auf die Veränderung des Flächeninhalts schließen.

- $120 \cdot 65 > 110 \cdot 75$ Das neue Feld ist größer,
der Bauer kann tauschen.

Richtige Antwort.

Hinweise zur Weiterarbeit:

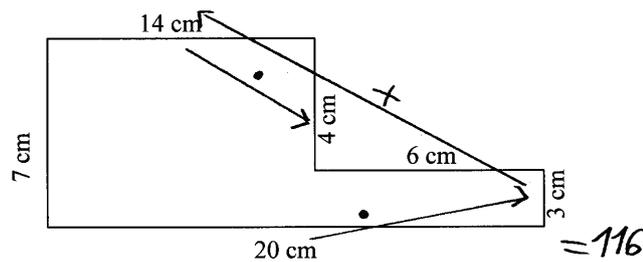
Wenn der Flächeninhaltsbegriff nicht genügend vorhanden ist, sollte unbedingt auch in der 7. Klasse mit Einheitsquadraten gearbeitet werden.

Flächenzerlegung (Aufgabe 406 – 408)

Hinweis zur Aufgabe:

Können Schülerinnen und Schüler Lösungswege nachvollziehen und erklären? Wie gehen Sie dabei vor? Werden, wie bei Zenep (s. Abb.), nur die Zahlen, die multipliziert werden, mit Pfeilen verbunden oder kann die Idee der Flächenzerlegung nachvollzogen werden? Zenep stellt mit Hilfe von Pfeilen für alle drei Flächenzerlegungen dar, welche Längen miteinander multipliziert werden. Sie kann erklären, was gerechnet wurde, nicht aber warum. Auf Nachfragen konnte sie die Idee der Flächenzerlegung nicht erläutern, daher hat sie diese auch nicht eingetragen.

Peter



Zeyneps Lösung (7. Klasse) Nov. 2008

Hinweise zur Weiterarbeit:

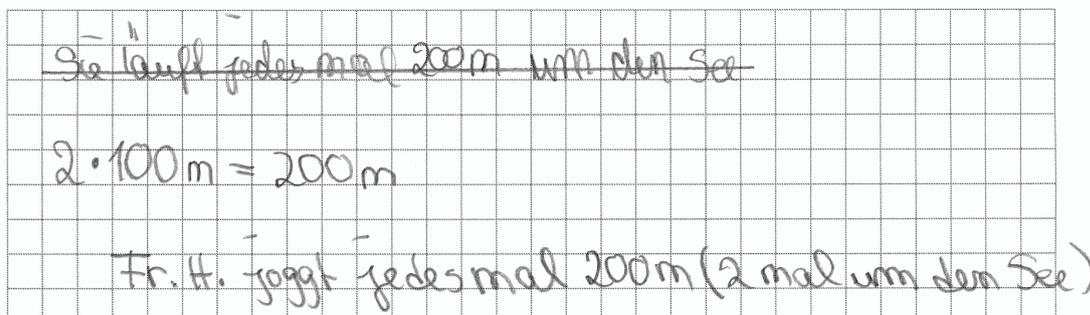
Zeynep hat es geholfen, Flächen mit Einheitsquadraten auszulegen bzw. Einheitsquadrate einzuzeichnen. Dann fiel es ihr nicht schwer die Fläche in zwei Rechtecke zu zerlegen und zu erklären, warum multipliziert wird.

Vielen Schülern fällt es schwer zu erklären, was sie tun und noch schwerer, warum sie es tun. Gerade die Geometrie bietet durch die Anschaulichkeit vielfältige Möglichkeiten, Lösungswege gegenseitig vorzustellen und erläutern zu lassen.

Joggingstrecke (Aufgabe 409 – 410)**Hinweis zu Aufgabe**

Interessant ist hier die Erklärung wie die Schülerinnen und Schüler zu einer Lösung kommen. Vergleichendes Messen von Längen z. B. mit einem Faden ist eine Methode, die eher aus dem Umgang mit Karten in Geographie oder Sachkunde bekannt ist als aus dem Mathematikunterricht.

Zeynep löst diese Aufgabe wie folgt:



Zeynep nutzt die gegebenen Angaben und sucht nach einer für sie plausiblen Lösung. Sie kann aber die Maßstabsangabe nicht interpretieren.

Hinweis zur Weiterarbeit

Zeynep hat mit der Joggingstrecke ähnliche Schwierigkeiten wie mit der Aufgabe zum Umfang (411). Inhaltlich hängen die beiden Aufgaben eng zusammen. Die Erarbeitung und Deutung des Umfangs ist ein langfristiger Prozess. Konkretes Messen, Nachzeichnen oder auch Ablaufen von Formen kann hilfreich sein. Auffallend bei Zeynep ist, dass sie nach Regeln sucht, mit denen sie die Probleme bearbeiten kann, die Regeln selbst aber nicht begründen kann.

Für den Umgang mit offenen Aufgaben im Sinne von Wilfried Herget: „Die etwas andere Aufgabe“ ist es notwendig, dass Schüler kreativ mit Aufgaben umgehen, die keinen direkten (algorithmischen) Lösungsweg vorgeben. Für diese Aufgaben ist es wichtig, dass geschätzt wird und Annahmen formuliert werden. Die Aufgabe Joggingstrecke geht in einem geringen Maße in diese Richtung.

Umfang (Aufgabe 411 – 412)**Hinweis zur Aufgabe:**

Der Umgang mit dem Umfang und dem Flächeninhalt ist bis hin zum MSA eine Schwierigkeit. Immer wieder werden Umfang und Flächeninhalt verwechselt. Häufig wird nur ein Teil des Umfangs berechnet. Die begriffliche Schwierigkeit wird offenbar unterschätzt. Ein vor schnelles Arbeiten mit Formeln kann eine tragfähige Begriffsbildung verhindern.

Hinweis zur Weiterarbeit:

Sollten größere Schwierigkeiten mit dem Umfang der Figur auftreten, ist es sinnvoll gezielt mit unregelmäßigen Figuren zu arbeiten. Eine Möglichkeit ist es in Partnerarbeit den Umfang farbig nachzeichnen lassen und die Längen dabei dem Partner zu diktieren. Die Schülerinnen und Schüler müssen verstehen, dass nur eine Addition der einzelnen Seiten den Umfang ergeben kann. Jede Multiplikation in Formeln wie $u = 2(a+b)$ sollte von den Schülerinnen und Schülern durch eine Zurückführung auf die wiederholte Addition erklärt werden. Hierauf ist besonders zu achten, da Termumformungen zu diesem Zeitpunkt in der Regel noch nicht erarbeitet wurden.

Stern (Aufgabe 413 – 415)**Hinweise zur Aufgabe:**

Zu 413: Die Erarbeitung der Winkelarten und -größen ist Bestandteil des Grundschulrahmenplans. Wird der stumpfe Winkel richtig gemessen, kann davon ausgegangen werden, dass diese Fertigkeit sicher vorhanden ist. Sonst liegen eventuell Schwierigkeiten in der Leserichtung am Geodreieck vor oder das Dreieck wird nicht richtig angelegt. Wurden auch in den Aufgaben 301 -306 Schwierigkeiten festgestellt, dann weist dies darauf hin, dass der Schüler/ die Schülerin Richtungsschwierigkeiten hat. Diese Schüler sehen häufig auch keinen Unterschied zwischen $15 - 8$ und $8 - 15$.

Hinweis zur Weiterarbeit:

Insbesondere, wenn für stumpfe Winkel immer wieder die Größe des Nebenwinkels angegeben wird, deutet dies darauf, dass die Schülerinnen und Schüler ihre Ergebnisse nicht reflektieren. Hier hilft es mit einer Kreisscheibe zu arbeiten, auf der vorher eingestellt werden kann, ob der Winkel spitz oder stumpf ist und welche Maße nur richtig sein können. So eine Scheibe ist vielen aus der Bruchrechnung bekannt: Zwei Kreise aus Pappe unterschiedlicher Farbe werden ineinander geschoben.

Zu 414: Werden die Winkel gleicher Größe auch als gleich erkannt, wenn sie unterschiedlich liegen? Werden wirklich alle (Innen-)Winkel der Figur in die Überlegungen einbezogen? Wenn nicht, deutet dies darauf, dass der Schüler, die Schülerin insgesamt recht unflexibel ist. Vermutlich gab es dann auch in anderen Aufgaben, in denen eine gewisse Flexibilität erforderlich war, Schwierigkeiten. (Aufgabe 211 -213; 309; 313-317; 406 -409)

Punkte im Koordinatenkreuz (Aufgabe 416 – 419)**Hinweise zur Aufgabe:**

Der häufigste Fehler wird die Verwechslung der Koordinatenangaben sein, so dass die Punkte spiegelbildlich eingetragen werden. Hier ist interessant, ob der Fehler konsequent auftritt oder unsystematisch. Auch in höheren Klassen gibt es Schwierigkeiten mit den Koordinatenangaben. Nicht allen Schülern ist klar, dass mit diesem mathematischen Mittel alle Punkte einer Ebene eindeutig beschrieben werden.

Hinweise zur Weiterarbeit:

Warum ist es sinnvoll, alle Punkte einer Ebene mit Hilfe der Koordinaten beschreiben zu können? Die Vermessung der Erde ist für die Vorstellung in der Regel wenig interessant und sehr abstrakt. Aus dem Erdkundeunterricht kennen sie zwar Längen- und Breitengrade, aber einen Bezug zur Lebenswirklichkeit haben die für sie nicht. Was sie aber kennen sind Navigationsgeräte. Das diese zur Bestimmung ihrer Angaben Koordinaten nutzen, ist in diesem Alter durchaus interessant. Was hier die Vertauschung der Angaben bedeuten kann, ist anschaulich.

Geometrische Formen (Aufgabe 420)**Hinweise zur Aufgabe:**

Unterscheiden die Schülerinnen und Schüler zwischen Flächen und Körpern? Immer wieder werden Quadrate als Würfel bezeichnet und Quader als Rechtecke. Offenbar ist die sprachliche Nähe von Quader und Quadrat nicht nur für Schülerinnen und Schüler mit Migrationshintergrund eine Schwierigkeit.

Hinweise zur Weiterarbeit:

Von den Schülerinnen und Schülern erstellte Plakate im Klassenraum aufgehängt, können hier leicht Abhilfe schaffen.

3 Hinweise zur Auswertung und Diagnose

3.1 Grundlegende Gedanken zur kompetenzorientierten Diagnose im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I

Der Rahmenlehrplan von 2006 beschreibt eine Sicht auf Unterricht, in der die Kompetenzen im Vordergrund stehen, die Schülerinnen und Schüler am Ende einer Doppeljahrgangsstufe erreichen sollen. Der Erwerb von Kompetenzen ist ein Prozess und zielt auf lebenslanges Lernen. Daher reicht es nicht, Leistungen zu messen und zu bewerten. Zur individuellen Steuerung von Lernprozessen ist Diagnose notwendig; sie bildet die Grundlage für individuelle Förderung und Beratung.

Diagnose unterscheidet sich in drei Punkten von der herkömmlichen Leistungsmessung:

1. In der zeitlichen Verortung

Diagnose steht zunächst am Anfang eines Lernprozesses. Durch weitere Diagnoseaufgaben wird der Lernprozess begleitet. Die Leistungsbewertung steht eher am Ende einer Lerneinheit.

2. Im Maßstab zur Bezugsgruppe

Diagnose bietet die Basis für individualisierte Lernprozesse. Die Leistungsbewertung hat eher die Entwicklung der Klasse im Blick. In der Regel wird die Leistung jedes einzelnen Schülers am Maßstab der Lerngruppe gemessen. Die Diagnose dagegen hat den individuellen Lernfortschritt jedes einzelnen Schülers im Blick.

3. In der Zielsetzung

Diagnose macht die Stärken der Schülerinnen und Schüler sichtbar und benennt erst in zweiter Linie Defizite. Dabei liegt der Focus auf den individuellen Stärken. Fehlannahmen oder Mängel werden in Abgrenzung zu dem, was eine Schülerin oder ein Schüler kann, benannt. Damit wird mit Hilfe der Diagnose ein Anknüpfungspunkt zum Weiterlernen gefunden.

Das folgende Beispiel aus dem Anfangsunterricht verdeutlicht den unmittelbaren Nutzen für den folgenden Lernprozess.

Einem Kind werden folgende Aufgaben vorgelegt:

$$\begin{array}{ll} 5 + 7 = & 6 + 8 = \\ 13 - 5 = & 12 - 6 = \end{array}$$

Es rechnet die Aufgaben aus und nennt folgende Lösungen:

$$\begin{array}{ll} 5 + 7 = \mathbf{11} & 6 + 8 = \mathbf{13} \\ 13 - 5 = \mathbf{9} & 12 - 6 = \mathbf{7} \end{array}$$

Auf den ersten Blick scheint klar zu sein, was dieses Kind nicht kann: Addieren und Subtrahieren über den ersten Zehnerübergang.

Schaut man sich aber die Lösungen genauer an, sieht man, dass es sich offenbar jedes Mal um den gleichen Fehler handelt. Das Kind zählt, und es zählt die Ausgangszahl mit.

Da alle Aufgaben den gleichen Fehler aufweisen, nutzt das Kind offenbar eine feste Regel, es arbeitet also nach Regeln. Dies ist durchaus eine Leistung, die Beachtung verdient. Fehlvorstellungen liegen noch im Zahlbegriff; vermutlich fehlt der Kardinalzahlbegriff, während der Ordinalzahlbegriff vorhanden zu sein scheint.

Für eine Diagnose würde man jetzt festhalten:

- Das Kind kann regelhaft arbeiten.
- Mängel liegen im Kardinalzahlbegriff.

Je weiter ein Kind in der Schule fortschreitet, desto umfangreicher werden die Kompetenzen, über die es verfügt. Damit wird eine Diagnose immer schwieriger. Es ist nicht mehr so leicht zu erkennen, wo Stärken liegen und wo Fehlannahmen vorliegen.

Die zunehmende Komplexität des Schülerwissens erfordert in zunehmender Weise komplexe Aufgaben, mit denen Schülerinnen und Schüler ihre Fähigkeiten und Fertigkeiten nachweisen können. Für eine gute Diagnose ist man dabei darauf angewiesen, einen Einblick in die Denkweise der Schülerinnen und Schüler zu erhalten. Dies gelingt nicht, wenn Aufgaben kommentarlos gelöst werden. Man ist auf die Kommentare der Schülerinnen und Schüler angewiesen, um einen Einblick in ihre Vorstellungen zu erhalten. Wird die Lernausgangslage Online bearbeitet, ist es schwieriger die Lösungsgedanken der Schüler und Schülerinnen nachzuvollziehen. Die Rückmeldung weist aber auf mögliche Probleme hin. Diesen Schülerinnen oder Schülern sollten dann gezielt weitere Aufgaben vorgelegt werden, mit denen die Probleme erkannt werden können.

Zusammenfassend kann man folgende Feststellung treffen: Um die individuellen Stärken der Schüler erkennen zu können und auf Fehlannahmen oder Mängel aufmerksam zu werden, braucht man

- Aufgaben,
- Beschreibungen, was mit den Aufgaben nachgewiesen werden kann,
- Beispiele über Fehlannahmen oder Mängel, die vorkommen können.

Einige Aufgaben werden im Folgenden genauer beschrieben. Die authentischen Lösungsbeispiele verdeutlichen mögliche Fehlannahmen oder Mängel. Anhand dieser Beispiele wird ein Weg aufgezeigt, konkrete Schülerlösungen mit einem diagnostischen Blick zu sehen. Zusatzaufgaben zeigen Möglichkeiten der Weiterarbeit im konkreten Fall. Für die Auswahl gerade dieser Aufgaben war entscheidend, dass typische Schülerfehler aufgezeigt werden können, die jedoch bereits einen Lernprozess erkennen lassen.

3.2 Beispielhafte Diagnose der Aufgabe: Taschengeld

Mit dieser Aufgabe zeigen Schülerinnen und Schüler ihre Kompetenzen im Umgang mit Brüchen und Anteilen. Dabei spielen Vorstellungen über Bruchzahlen eine Rolle. Insbesondere zeigen Schülerinnen und Schüler mit dieser Aufgabe, ob sie

- über ein inhaltliches Verständnis von Anteilen verfügen.
- entscheiden können, mit welcher Rechenoperation Anteile berechnet werden.
- Brüche addieren und multiplizieren können.
- Brüche in ihrer Größe einordnen können.
- mathematisch kommunizieren können.
- ...

Zur Lösung dieser kleinen Aufgabe benötigt eine Schülerin/ ein Schüler einiges an mathematischen Vorstellungen. Die Aufgabe wurde von den Schülerinnen und Schülern auf zwei unterschiedlichen Wegen gelöst.

Name: Jordan

5. Aufgabe Rechnen mit Anteilen

Robin erzählt seinem Freund: „Von meinen 15 € Taschengeld gebe ich $\frac{1}{3}$ fürs Kino und $\frac{1}{5}$ für Popcorn aus. Das ist weniger als die Hälfte.“ Hat er Recht? Begründe!

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}$$

Ja, denn er hat 15€ Taschengeld und gibt $\frac{8}{15}$ aus das ist mehr als die Hälfte.

Name: Mahmoud

5. Aufgabe Rechnen mit Anteilen

Robin erzählt seinem Freund: „Von meinen 15 € Taschengeld gebe ich $\frac{1}{3}$ fürs Kino und $\frac{1}{5}$ für Popcorn aus. Das ist weniger als die Hälfte.“ Hat er Recht? Begründe!

$$15 = \frac{1}{3} = 5€$$

$$15 = \frac{1}{5} = 3€$$

Ja er hat recht denn 8€ sind mehr als die Hälfte.

Mahmoud berechnet zunächst, wie viel ein Drittel und wie viel ein Fünftel von 15 € sind, addiert und erhält das richtige Zwischenergebnis, dass Robin 8 € ausgegeben hat. Die Aufgabenstellung hat er allerdings ungenau gelesen.

Schwierigkeiten hat Mahmoud noch in der Art der mathematischen Darstellung.

Jordan dagegen berechnet auf der abstrakten Ebene, ob $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \geq \frac{1}{2}$ ist und entscheidet darüber. Auch er hat nicht genau gelesen, so dass die Frage falsch beantwortet wurde. Das Problem der mathematischen Darstellung hat Jordan nicht.

In Michèls Lösung wird deutlich, wie er zu seiner Lösung gelangt. Er erweitert den Bruch auf Fünfzehntel und deutet den Zähler als den Anteil vom Bruch. Dies zeigt, dass er über ein gutes Verständnis von Brüchen verfügt. Anschließend vergleicht er die Ausgaben mit der Hälfte des Taschengeldes und kommt zum richtigen Ergebnis.

Hinweise zur Weiterarbeit:

Mahmoud braucht Hilfe bei mathematischen Darstellungen.

Bei Jordan wäre es gut, über weitere Aufgaben herauszubekommen, ob er tatsächlich über die Überlegung geht, dass die Anteile $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$ größer oder kleiner als $\frac{1}{2}$ sind, oder ob dies Zufall ist, da der Hauptnenner 15 gerade die Taschengeldhöhe ist.

Zusatzaufgaben

Für Mahmoud	a) Teile einen Kuchen in 3, (5; 8; ...) Teile b) Drei Kinder wollen sich eine Tafel Schokolade gerecht teilen. Hilf Ihnen dabei. c) Clara bekommt von ihrer Oma 40 € zum Geburtstag geschenkt. Davon soll sie $\frac{3}{4}$ auf ihrem Sparbuch anlegen. a. Wie viel Geld darf sie davon ausgeben? b. Wie viel Geld soll sie auf ihr Sparbuch einzahlen?
Für Jordan	Susanne geht mit ihrer Freundin ins Kino. Sie hat 18 € dabei. Sabine gibt $\frac{1}{3}$ für den Kinobesuch aus und $\frac{1}{5}$ für Popcorn. a) Hat sie mehr oder weniger als die Hälfte ihres Geldes ausgegeben? b) Wie viel Geld hat Sabine ausgegeben?

3.3 Beispielhafte Diagnose der Aufgabe: Abstände – Zahlengerade

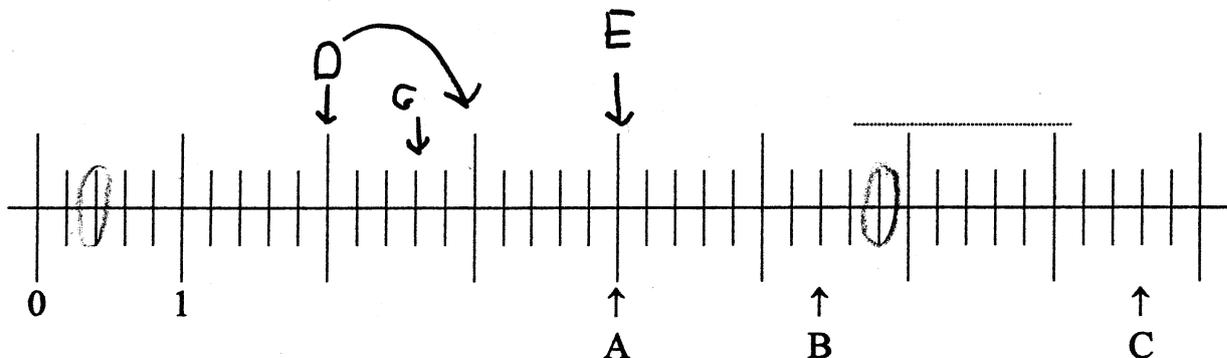
Mit dieser Aufgabe zeigen Schülerinnen und Schüler ihre Kompetenzen im Umgang mit dem Rechenstrich/Zahlengerade. Dabei spielen die natürlichen Zahlen und positiven Dezimalzahlen eine Rolle.

Insbesondere zeigen Schülerinnen und Schüler mit dieser Aufgabe, ob sie

- den Maßstab eines Rechenstrichs erkennen,
- den Rechenstrich richtig ablesen können,
- die Null auf dem Rechenstrich beachten,
- einen Abstand halbieren können,
- ...

In der Tabelle werden Teilkompetenzen angegeben, die jeweils erfasst werden. Die Auflistung ist sicher nicht vollständig. Jeder Schüleraussage, insbesondere wenn sie auf Fehlvorstellung deutet, sollte durch weitere Aufgaben nachgegangen werden.

Schülerlösung Olivia:



- a) Wie groß ist der Abstand zwischen zwei Teilstrichen?
- b) Lies die markierten Zahlen ab und trage sie ein.
 A: 5 B: 6,4 C: 8,6
- c) Markiere die folgenden Zahlen auf dem Zahlenstrahl und beschrifte sie:
 D = 3; E = 5; G = 2,6
- d) Welche Zahl liegt auf dem Zahlenstrahl genau in der Mitte zwischen 0,4 und 6,8 ? 3

Wie bist du vorgegangen?

Ich habe die Zahlen markiert und gezählt wie viel Strich dazwischen sind und dann die Hälfte genommen

Aufgabenteil/ beobachtbare Kompetenz	Notizen der Diagnose zu Olivias Bearbeitung
Aufgabe a: die Einteilung des Rechenstrichs erfassen	Wird nicht explizit beantwortet. Aus der Bearbeitung der Aufgabe b geht aber hervor, dass der Abstand zwischen den Teilstrichen richtig mit 0,2 erfasst wurde.
Aufgabe b Markierungen auf einer Zahlengerade ablesen	Olivia hat A falsch mit 5 anstelle 4 angegeben. Folgerichtig wurde aber B und C dann mit 6,4 und 8,6 identifiziert. Mögliche Ursache: Die gegebenen Angaben Null und Eins wurden ignoriert. Die großen Teilstriche wurden mit 1 beginnend gezählt. So gelangt man für A zur 5.
Aufgabe c Zahlenwerte in eine Zahlengerade eintragen	Hier hat der Olivia D und E ausgehend von A eingetragen und es entstand also ein Folgefehler. Bei der Dezimalzahl 2,6 ergab sich nun aber ein Problem. Von 5 rückwärts zählend auf 2,6 zu gelangen ist schwierig, also hat Olivia nun vorwärts gezählt. Allerdings hat sie nun die gegebene 1 genutzt. G = 2,6 wurde nun rechts von D = 3 markiert. Diesen Widerspruch löste Olivia, indem sie D ummarkierte. Allerdings hat es nicht dazu geführt, dass sie alle Angaben kontrolliert.
Aufgabe d Abstand zwischen zwei Werten ermitteln und die Mitte angeben	Olivia verfügt über eine Strategie, die gestellte Aufgabe zu lösen. Sie markiert zunächst die gegebenen Werte 0,4 und 6,8. Dabei orientiert sie sich offenbar für die 6,8 an der bereits eingetragenen Zahl B = 6,4. Anschließend zählt sie den Abstand aus, halbiert ihn und ermittelt wieder zählend die vermutete Mitte. Beim Zählen zählt Olivia nicht die Abstände, sondern die Striche und zählt den Startstrich 0,4 mit. Daher gelangt sie zu ihrem Ergebnis, die Mitte sei 3.
<u>Fazit:</u> Olivia ist der Umgang mit der Zahlengerade offenbar bekannt. Allerdings löst sie Probleme zählend und nicht rechnend. Beim Zählen geht sie wie beim Zählen mit den Fingern von der Eins aus. Es werden keine Abstände zwischen Zahlen gezählt, sondern Markierungen. Die Null scheint für sie noch mit Schwierigkeiten verbunden zu sein.	
<u>Hinweis für die Weiterarbeit:</u> Es ist möglich, dass die Null von Olivia noch nicht als Zahl akzeptiert wird. Dies ist für die Erarbeitung der negativen Zahlen aber wichtig. Daher muss hier mit weitergehenden Aufgaben herausgefunden werden, in wie weit ein Verständnis der Null vorliegt. Dieses Problem spielt auch bei Gleichungsumstellungen häufig eine Rolle. Schülerinnen und Schüler mit mangelnder Vorstellung über die Null haben bei Äquivalenzumformungen Schwierigkeiten, wenn durch Umformungsschritte auf einer Seite der Gleichung (meist die rechte Seite) nun „= 0“ stehen muss. Sie sind dann hilflos und schreiben nichts auf, so dass nur noch der Term auf der linken Seite steht, die Gleichung aber verschwindet.	

Zusatzaufgaben:

Aufgabe 1

$$4 - 4 = \quad 230 - 229 =$$

$$10 : 10 = \quad 25 : 5 - 5 = \quad 25 : (5 - 5) = \quad 0 : 2 =$$

$$(5 - 3) \cdot 0,5 = \quad 10 \cdot (3 - 3) = \quad 3 \cdot 13 \cdot 0 =$$

Aufgabe 2

Hans und Lisa unternehmen eine Wanderung in den Alpen. Auf dem Berg ist es 12°C kühl. Plötzlich gibt es einen Temperatursturz und die Temperatur fällt um 15°C . Kannst du berechnen, wie kalt es geworden ist? Zeichne es mit Hilfe eines Thermometers auf.

3.4 Beispielhafte Diagnose der Aufgabe 401- 404: Maße schätzen

Mit dieser Aufgabe zeigen Schülerinnen und Schüler ihre Kompetenzen im Umgang mit Größen. Dabei spielen sowohl Vorstellung von Größen eine Rolle als auch das Wissen um Umrechnungen. Insbesondere zeigt die Schülerin/der Schüler mit dieser Aufgabe,

- dass sie/ er Höhen einschätzen kann aus Bereichen der Alltagserfahrung,
- dass ihr/ihm die Zuordnung 1 Liter (Wasser) = 1 kg bewusst ist,
- dass ihr/ihm bewusst ist, dass ein Flächeninhalt zu unterschiedlichen Flächenformen gehören kann,
- dass sie/er eine kleine, anschauliche Fläche in ihrer Größe einschätzen kann.
- das Wissen, dass 1 Liter einem Kubikdezimeter entspricht,
- dass sie/er ihre/seine Aussagen begründen kann.
- ...

Schülerlösung Kimi

Welche der folgenden Größenangaben könnten stimmen und welche sind sicher falsch? Kreuze an und begründe kurz!

	könnte stimmen	sicher falsch
Eine Zimmertür ist 200 cm hoch. Begründung: weil 200 cm 2m sind.	X	
Eine Badewanne fasst 200 Liter. Begründung: Wenn man die Volume sieht könnte es stimmen.	X	
Ein Zehneuroschein ist 5 cm^2 groß. Begründung: Weil ein Geldschein niemals so groß sein kann?		X
1 Liter Saft hat ein Volumen von 1 dm^3 . Begründung: Keine Ahnung 0023	?	?

In der Tabelle werden Teilkompetenzen angegeben, die jeweils erfasst werden. Die Auflistung ist sicher nicht vollständig. Jeder Schülers Aussage, insbesondere wenn sie auf Fehlvorstellung deutet, sollte durch weitere Aufgaben nachgegangen werden.

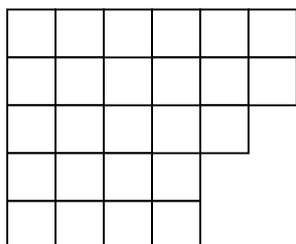
Aufgabenteil / beobachtbare Kompetenz	Notizen der Diagnose zu Kimis Bearbeitung
Aufgabe 401: Die Höhe einer Zimmertür schätzen	200 cm werden sicher als 2 m erkannt.
Aufgabe 402: Wenden das Wissen, das ein Liter Wasser = 1 kg wiegt an.	<i>Aufgabenteil wurde nach der Erprobung geändert, da die Volumen verschiedener Badewannen zu weit auseinander liegen (140 l bis 300 l).</i>
Aufgabe 403: Die Fläche eines Geldscheines einschätzen.	Die Vorstellung einer Fläche ist noch nicht vorhanden. 5 cm ² empfindet Kimi als groß, obwohl 5 cm ² in etwa der Größe einer Briefmarke entsprechen.
Aufgabe 404: Umrechnung von Liter in dm ³ kennen.	Die Umrechnung von Litern in dm ³ scheint unbekannt zu sein.
Fazit: Kimi kann Zentimeter in Meter umwandeln, zumindest für ganze Meter. Von 2 m hat er eine angemessene Vorstellung. Von Flächen hat er noch wenige Vorstellungen, die Umrechnungen von Liter zu dm ³ sind unbekannt.	
Hinweis für die Weiterarbeit: Es ist möglich, dass Kimi konkrete Flächenberechnungen mit Hilfe einer Formel lösen kann. Allerdings greift er in seiner Begründung nicht auf vermutete Maße eines Geldscheins zurück. Das kann in mangelnder Vertrautheit mit Flächeninhalten liegen, oder in gering ausgeprägten Problemlösestrategien.	

Zusatzaufgabe zum Verständnis des Flächeninhalts.

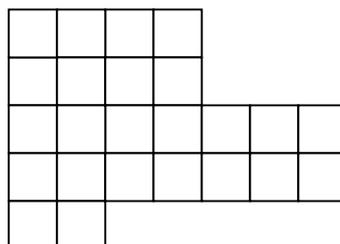
Flächenvergleich

Zwei Terrassen wurden mit quadratischen Platten der gleichen Größe ausgelegt. Welche Terrasse ist größer? Begründe.

A



B



Bei der Arbeit mit dieser Aufgabe kann die Schülerin/der Schüler u. a. zeigen:

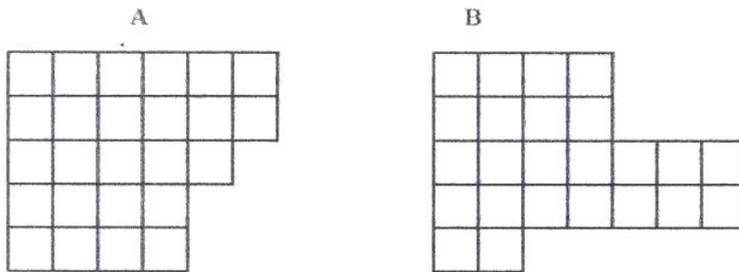
- Inhaltliches Verständnis vom Flächeninhalt
- Strategie zur Ermittlung des Flächeninhalts
- ...

Bei der Arbeit mit dieser Aufgabe kann die Schülerin/der Schüler u. a. diese Mängel zeigen:

- Geringe Vorstellung des Flächeninhalts
- Fehlende Strategie zum Flächenvergleich
- ...

Beispielhafte Analyse der Zusatzaufgabe

In der folgenden Schülerlösung wird deutlich, dass dieser Schüler noch keinen Begriff des Flächeninhalts gebildet hat.



B ist größer, weil es groß und lang aussieht.

Die betreuende Lehrerin berichtet, dass der Schüler die Kästchen sogar zunächst gezählt hätte, dann aber seinem Ergebnis nicht vertraut hat und lieber aufgrund seiner Anschauung urteilt.

Die Beobachtung der Lehrerin lässt darauf schließen, dass der Schüler durchaus über eine geeignete Strategie zum Vergleich des Flächeninhalts verfügt. Die unzureichende Vorstellung des Flächeninhalts hindert ihn aber daran, seiner Strategie zu trauen. Um die Bildung des Flächeninhaltsbegriffs zu fördern, sollte dieser Schüler verstärkt mit konkretem Material arbeiten. Er braucht noch den unmittelbaren Vergleich, zum Beispiel, indem Flächen unterschiedlichster Formen mit Einheitsplättchen gelegt und verglichen werden.

Weitere interessante Schülerlösungen einer 6. Klasse zur Aufgabe 403:

Mit der Aufgabe 403 wird ein inhaltliches Verständnis zum Flächeninhalt erfasst. In einer Klasse antworteten auffallend viele Schüler in ähnlicher Art, obwohl sie nicht zusammen arbeiten konnten. Offenbar ist in dieser Klasse das Verständnis des Flächeninhalts noch nicht genügend ausgebaut. Der Flächeninhalt wird von den Schülern richtig in Einheitsquadraten gemessen. Dass aber die Fläche sehr unterschiedliche Formen annehmen kann, ohne ihren Inhalt zu verändern, ist von diesen Schülerinnen und Schülern noch nicht erfasst worden. Eine verkürzte Einführung nur über die Flächenform des Quadrats kann eine Fehlvorstellung begünstigen, wie die folgenden Beispiele zeigen.

Schülerlösungen aus einer 6. Klasse im Mai 2008:

<p>Ein Zehneuroschein ist 5 cm² groß. Begründung: ein Zehneuroschein ist ein Rechteck kein Quadrat.</p>		
<p>Ein Zehneuroschein ist 5 cm² groß. Begründung: Weil er länger ist als Breiter.</p>		

Ein Zehneuroschein ist 5 cm^2 groß. Begründung: Es Es gibt kein Schein der in Länge und Breite gleich sind		X
Ein Zehneuroschein ist 5 cm^2 groß. Begründung: Der Schein ist rechteckig. Das ergibt andere Maße.		X
Ein Zehneuroschein ist 5 cm^2 groß. Begründung: der Zehneuro Schein müsste dann ja quadratisch sein ist er aber nicht		X

Schülerlösung Steffen:

Ein Zehneuroschein ist 5 cm^2 groß. Begründung: man braucht schon 4 cm^2 für die Ecken der eine macht nichts mehr		X
---	--	---

Offenbar verbinden diese Schülerinnen und Schüler mit Angaben wie 5 cm^2 noch die Vorstellung des Quadrats. Eine quadratische Fläche wird in ihrer Vorstellung angemessen mit $a \text{ cm}^2$ in seiner Form und Größe beschrieben. In fast allen Begründungen wird deutlich, dass Ihnen zwar bewusst ist, dass ein Zehneuroschein rechteckig ist, aber die Maßangabe 5 cm^2 kann ihrer Meinung nach ein Rechteck nicht in seinem Flächeninhalt beschreiben. Lediglich Steffen hat eine genauere Vorstellung und arbeitet in seiner Argumentation mit Einheitsquadraten der Kantenlänge 1 cm .

Fazit: Der Begriff des Flächeninhalts ist noch unzureichend ausgeprägt. Es ist ein hoher intellektueller Anspruch, das Flächenmaß als von der Form unabhängig zu verstehen. Interessant wäre es zu erfahren, ob sich diese Schüler nun ein Quadrat mit der Kantenlänge 5 cm unter 5 cm^2 vorstellen, oder ob sie eher an ein Quadrat denken, dessen Flächeninhalt 5 Einheitsquadrate umfasst. Wie ordnen diese Schüler diese 5 cm^2 an?

Hinweise zur Weiterarbeit:

Bevor diese Schülerinnen und Schüler zur Arbeit mit der Flächeninhaltsformel kommen, muss das Verständnis des Flächeninhalts ausgebaut werden. Daher wird es sinnvoll sein mit Plättchen zu arbeiten, mit denen verschiedene Flächen gleichen Inhalts gelegt und gezeichnet werden können. Umgekehrt können die Plättchen auch zum Auslegen von Flächen genutzt werden, wenn der Flächeninhalt ermittelt werden soll. Eine gute Hilfe kann auch die Arbeit mit Geobrettern sein, da mit ihnen der Zusammenhang zwischen Umfang und Flächeninhalt anschaulich und experimentell ohne großen Aufwand erarbeitet werden kann.

4 Auswertungsbögen nach Aufgabenheften und nach Leitideen

4.1 Allgemeine Hinweise:

Die Lernausgangslage bietet Aufgaben, mit denen die Fähigkeiten und Fertigkeiten in einigen Bereichen erfasst werden können. Dabei werden in jedem Heft schwerpunktmäßig die Fähigkeiten und Fertigkeiten angesprochen, die in der angegebenen Unterrichtseinheit von besonderer Wichtigkeit sind. Innerhalb eines Heftes sind die Aufgaben unterschiedlich schwierig.

Um eine evtl. Überforderung und eine dadurch hervorgerufene Demotivierung zu vermeiden, können Sie, z. B. für einzelne Schülerinnen und Schüler oder in Hauptschulklassen oder GA-Kursen, auch nur einzelne Aufgaben zur Bearbeitung ausgeben, während leistungsstärkeren Schülerinnen und Schülern oder Lerngruppen alle Aufgaben vorgelegt werden. Die vier Hefte können im Zusammenhang hintereinander bearbeitet werden oder über einen längeren Zeitraum verteilt. Eine entsprechend differenzierte Auswertungsmöglichkeit ist vorhanden (siehe Auswertungshinweise).

4.2 Hinweise zur Erstellung der Auswertung

Für die Weiterarbeit mit den Ergebnissen der Lernausgangslage ist es notwendig, sowohl eine individuelle Sicht auf die Kompetenzen Einzelner zu erhalten als auch einen Überblick über die Ergebnisse der Lerngruppe. Diese können Sie entweder selbst erstellen oder sie nutzen die computergestützte Auswertungsmöglichkeit, die Ihnen im Internet unter www.isq-bb.de zur Verfügung steht.

Wenn Sie das Online-Angebot vom ISQ-Server nutzen, laden Sie sich bitte die Auswertungsdatei auf Ihren Rechner. Das Programm basiert auf Excel und wurde für Microsoft-Windows ab der Version 2000 bzw. XP geprüft. Es ist erforderlich, zunächst den Erfassungsbogen für alle Schüler auszufüllen. Es gibt für jedes Heft einen eigenen Erfassungsbogen. Dabei ist es nicht notwendig die Namen mehrmals einzugeben. Sie werden automatisch übernommen. Damit die anschließende Auswertung läuft, ist es wichtig, Makros zuzulassen. Dann werden, wie bei einem Zeugnisprogramm, sowohl die Klassenübersicht über die Kompetenzen ihrer Schülerinnen und Schüler als auch die individuellen Rückmeldungen automatisch erstellt.

Die Untersuchung der Lernausgangslage zielt nicht auf eine Bewertung im Sinne von Zensurengebung. Daher werden für die einzelnen Aufgaben keine Bewertungseinheiten angegeben. Sie schätzen jeweils ein, wie gut Ihre Schülerin bzw. Ihr Schüler mit der jeweiligen Aufgabe zurechtkam und vermerken dies in der Tabelle mit Hilfe einer vierstufigen Skala der Buchstaben A, B, C oder D.

Dabei gilt:

- A: vollständig richtig
- B: zum Teil richtig
- C: fehlerhaft
- D: nicht bearbeitet

Nachdem Sie die Tabelle ausgefüllt haben, erhalten Sie zum einen für jede Schülerin und jeden Schüler den individuellen Rückmeldebogen und zum anderen eine Zusammenstellung für die gesamte Lerngruppe. Wenn alle Aufgaben aller Hefte bearbeitet sind, können Sie auch eine Übersicht über die Lerngruppe sortiert nach den Leitideen erstellen.

Der Rückmeldebogen wird mit Hilfe von Mittelwertbildungen errechnet. Dabei wird die Zahl der bearbeiteten Aufgaben mit angegeben. Somit erhält eine Schülerin oder ein Schüler, die oder der aus einem Bereich von 6 Aufgaben nur 3 Aufgaben bearbeitet hat, diese aber richtig bearbeitet waren, die Rückmeldung: „Das kannst du überwiegend richtig. Du hast in diesem Bereich 3 von 6 Aufgaben bearbeitet“.

Sowohl die individuelle Rückmeldung als auch die Klassenübersicht ermöglichen es Ihnen, bei Bedarf Grundschulen Rückmeldungen über deren ehemalige Schülerinnen und Schüler zu geben.

4.3 Auswertungsbogen Lernausgangslage Mathematik nach Heften 1 – 4

Mit Hilfe dieses Bogens lässt sich eine Auswertung der Ergebnisse für jedes Heft vornehmen. Die Aufgaben eines Heftes haben als Schwerpunkt jeweils eine Leitidee. Die Auswertung ist sowohl individuell als auch für die Klasse als Übersicht möglich, indem man einträgt, wie viele Schüler/innen jeweils die Teilaufgaben entsprechend bearbeitet haben. Um die Erfassung leichter durchführen zu können, finden Sie am Schluss einen Korrekturbogen für ihre Lerngruppe zum aufgaben- bzw. schülerbezogenen Vergleich.

Heft 1: Leitidee Daten und Zufall

Aufgabe	richtig	z. T. richtig	fehlerhaft	nicht bearbeitet
101				
102				
103				
104				
105				
106				
107				
108				
109				
110				
111				
112				
113				
114				
115				
116				
117				

Heft 2: Leitidee Zahlen und Funktionaler Zusammenhang

Aufgabe	richtig	z. T. richtig	fehlerhaft	nicht bearbeitet
201				
202				
203				
204				
205				
206				
207				
208				
209				
210				
211				
212				
213				
214				
215				

Heft 3: Leitidee Zahlen und Operationen

Heft 4: Leitidee Raum und Form

Aufgabe	richtig	z. T. richtig	fehlerhaft	nicht bearbeitet
301				
302				
303				
304				
305				
305				
306				
307				
308				
309				
310				
311				
312				
313				
314				
315				
316				
317				
318				

Aufgabe	richtig	z. T. richtig	fehlerhaft	nicht bearbeitet
401				
402				
403				
404				
405				
406				
407				
408				
409				
410				
411				
412				
413				
414				
415				
416				
417				
418				
419				
420				

4.4 Auswertungsbogen Lernausgangslage Mathematik (alle Aufgaben)

Mit Hilfe dieses Bogens lässt sich eine Auswertung der Ergebnisse getrennt nach den fünf Leitideen erstellen, entweder individuell oder auch für die ganze Klasse, indem man einträgt, wie viele Schüler/innen jeweils die Teilaufgaben entsprechend bearbeitet haben. Um die Erfassung leichter durchführen zu können, finden Sie am Schluss einen Korrekturbogen für ihre Lerngruppe zum aufgaben- bzw. schülerbezogenen Vergleich.

1. Leitidee Zahl

Aufgabe	richtig	z. T. richtig	fehlerhaft	nicht bearbeitet
104				
105				
201				
202				
203				
204				
208				
209				
210				
211				
212				
213				
301				
302				
303				
304				
305				
306				
307				
308				
309				
310				
311				
312				
313				
314				
315				
316				
317				
318				

2. Leitidee Messen

Aufgabe	richtig	z. T. richtig	fehlerhaft	nicht bearbeitet
401				
402				
403				
404				
409				
411				
413				

3. Leitidee Raum und Form

Aufgabe	richtig	z. T. richtig	fehlerhaft	nicht bearbeitet
405				
406				
407				
408				
411				
412				
414				
415				
418				
419				
420				

4. Leitidee Funktionaler Zusammenhang

Aufgabe	richtig	z. T. richtig	fehlerhaft	nicht bearbeitet
205				
206				
207				
214				
215				
412				
416				
417				

5. Leitidee Daten und Zufall

Aufgabe	richtig	z. T. richtig	fehlerhaft	nicht bearbeitet
101				
102				
103				
104				
106				
107				
108				
109				
110				
111				
112				
113				
114				
115				
116				
117				

6. Begründen

Aufgabe	richtig	z. T. richtig	fehlerhaft	nicht bearbeitet
102				
106				
109				
201				
202				
318				
401				
402				
403				
404				
405				
410				

4.5 Auswertungshilfe zum Teil 1

Nr.	Name	Ausflug		Schulessen				Basketball				Speiseplan				Münzwurf		
		101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117
1																		
2																		
3																		
4																		
5																		
6																		
7																		
8																		
9																		
10																		
11																		
12																		
13																		
14																		
15																		
16																		
17																		
18																		
19																		
20																		
21																		
22																		
23																		
24																		
25																		
26																		
27																		
28																		
29																		
30																		
31																		
32																		
33																		
34																		
35																		

4.6 Auswertungshilfe zum Teil 2

Nr.	Name	Preis- ver- gleich	Tasch- engeld	Runden und schätzen		Zuordnungen			Rechnen mit Brüchen			Rechenwege			Fieberkurve	
		201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215
1																
2																
3																
4																
5																
6																
7																
8																
9																
10																
11																
12																
13																
14																
15																
16																
17																
18																
19																
20																
21																
22																
23																
24																
25																
26																
27																
28																
29																
30																
31																
32																
33																
34																
35																

4.7 Auswertungshilfe zum Teil 3

Nr.	Name	Zahlengerade						Einkauf			Dezimalzahlen addieren			Rechenzeichen					Melanie
		301	302	303	304	305	306	307	308	309	310	311	312	313	314	315	316	317	
1																			
2																			
3																			
4																			
5																			
6																			
7																			
8																			
9																			
10																			
11																			
12																			
13																			
14																			
15																			
16																			
17																			
18																			
19																			
20																			
21																			
22																			
23																			
24																			
25																			
26																			
27																			
28																			
29																			
30																			
31																			
32																			
33																			
34																			
35																			

4.8 Auswertungshilfe zum Teil 4

		Maße schätzen				FL.- verg- leich	Flächenzerle- gung			Jogging- strecke		Umfang		Stern			Punkte im Ko- ordinatensystem				For- men
		401	402	403	404	405	406	407	408	409	410	411	412	413	414	415	416	417	418	419	420
1																					
2																					
3																					
4																					
5																					
6																					
7																					
8																					
9																					
10																					
11																					
12																					
13																					
14																					
15																					
16																					
17																					
18																					
19																					
20																					
21																					
22																					
23																					
24																					
25																					
26																					
27																					
28																					
29																					
30																					
31																					
32																					
33																					
34																					
35																					