Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Wissenschaft

Abschlussprüfung
an der Berufsoberschule im Schuljahr 2013/2014

Fach	**Mathematik (B)**
Nur für die Lehrkraft	
Prüfungstag	9. Mai 2014
Prüfungszeit	09:00 - 13:00 Uhr
Zugelassene Hilfsmittel	Nicht graphikfähiger Taschenrechner mit gelöschtem Programmierteil; Formelsammlung, Rechtschreib-Wörterbuch
Allgemeine Arbeitshinweise	Die Reinschriften und Entwürfe sind nur auf den besonders gekennzeichneten Bögen anzufertigen, die Sie für die Prüfung erhalten. Diese sind zu nummerieren und sofort mit Ihrem Namen zu versehen. Für jede Aufgabe ist ein neuer gekennzeichneter Bogen zu beginnen. Schwerwiegende oder gehäufte Verstöße gegen die sprachliche Richtigkeit oder gegen die äußere Form führen zu einem Abzug von einem Punkt (Malus-Regelung). **Bedenken Sie die Folgen einer Täuschung oder eines Täuschungsversuchs!**
Spezielle Arbeitshinweise	Aus den **vier** Aufgaben **müssen** Sie **drei** auswählen. Die **Aufgabe 1** (Exponentialfunktionen) **und** die **Aufgabe 2** (Gebrochenrationale Funktionen) sind **Pflichtaufgaben**. Sie **müssen** von allen bearbeitet werden! Zwischen **Aufgabe 3** (Analytische Geometrie) und **Aufgabe 4** (Wahrscheinlichkeitsrechnung) müssen Sie **wählen**. Die Lösungswege müssen klar gegliedert, schrittweise und eindeutig nachvollziehbar sowie angemessen kommentiert sein. Nebenrechnungen sind durch Einrücken etc. kenntlich zu machen. Nur einwandfrei Leserliches wird bewertet. **Die erste nicht durchgestrichene Lösung zählt.**

Gesamtzahl der abgegebenen Lösungsblätter: ____ ***Blätter***

Bewertungseinheiten, Gesamtpunkte

Aufgabe Nr.	**Soll %**	**Ist**	**Ist (Zweitkorrektur)**
1	34		
2	33		
3 oder 4	33		
Summe:	100		
Notenpunkte	15	**__ /15 Punkte**	**__ /15 Punkte**
Maluspunkt	**-1**	**__ Punkt**	**__ Punkt**
Insgesamt		**__ Punkte**	**__ Punkte**
Datum, Unterschrift:			

Abschlussprüfung Berufsoberschule 2014
Mathematik
Aufgabenvorschlag B

1 Exponentialfunktionen /34

In einer Studie über die Leistung von professionellen Schachspielern wurde unter anderem festgestellt, dass die Profis die besten Leistungen in einem Alter von etwa 40 Jahren erbrachten. Danach ging die Leistungsfähigkeit langsam zurück, bis die Schachspieler ihre Karriere aufgaben. Im Alter von 60 Jahren waren sie 11 % weniger leistungsstark als ihre Kollegen mit 40 Jahren.

Die Leistungskurve eines Profischachspielers kann durch die Funktion f mit

$$f(x) = (x-4)\cdot e^{-0{,}028x+2{,}14}$$

dargestellt werden. Dabei entspricht x dem Alter in Jahren und $f(x)$ der Leistungsstärke.

Verwenden Sie für die folgenden Rechnungen ohne Nachweis

$$f'(x) = (-0{,}028x+1{,}112)\cdot e^{-0{,}028x+2{,}14} \quad \text{und} \quad f''(x) = (0{,}000784x-0{,}05914)\cdot e^{-0{,}028x+2{,}14}.$$

Auf ein Mitführen der Einheiten in den Rechnungen kann verzichtet werden.

1.1 Berechnen Sie, wann ein Profispieler gemäß dieser Modellierung mit dem Erlernen des Schachspiels begonnen hat. **/4**
[Hinweis: Das Erlernen des Schachspiels beginnt mit der Leistungsstärke 0.]

1.2 Im zweiten Teil der Aussage der Studie heißt es, dass im Alter von 60 Jahren die Leistungsstärke um 11 % gegenüber der mit 40 Jahren abgenommen hat. Überprüfen Sie durch Rechnung, ob das zugrunde gelegte Modell die Aussage bestätigt. **/3**

1.3 Wann wird tatsächlich die maximale Leistung erbracht? **/6**

Berechnen Sie das Alter, geben Sie Ihr Ergebnis in Jahren und Monaten auf ganze Zahlen gerundet an. Vergleichen Sie es mit der Aussage der Studie.

1.4 Berechnen Sie, in welchem Alter die Abnahme der Leistungsstärke am größten ist (Angabe in Jahren und vollen Monaten). **/6**

1.5 Zeichnen Sie den Graphen der Funktion f unter Verwendung Ihrer bisherigen Ergebnisse in das vorgegebene Koordinatensystem auf der folgenden Seite. Ergänzen Sie dafür die folgende Wertetabelle. **/6**

x	10	20	30	50	60	70	80
$f(x)$	38,54	77,68				79,02	

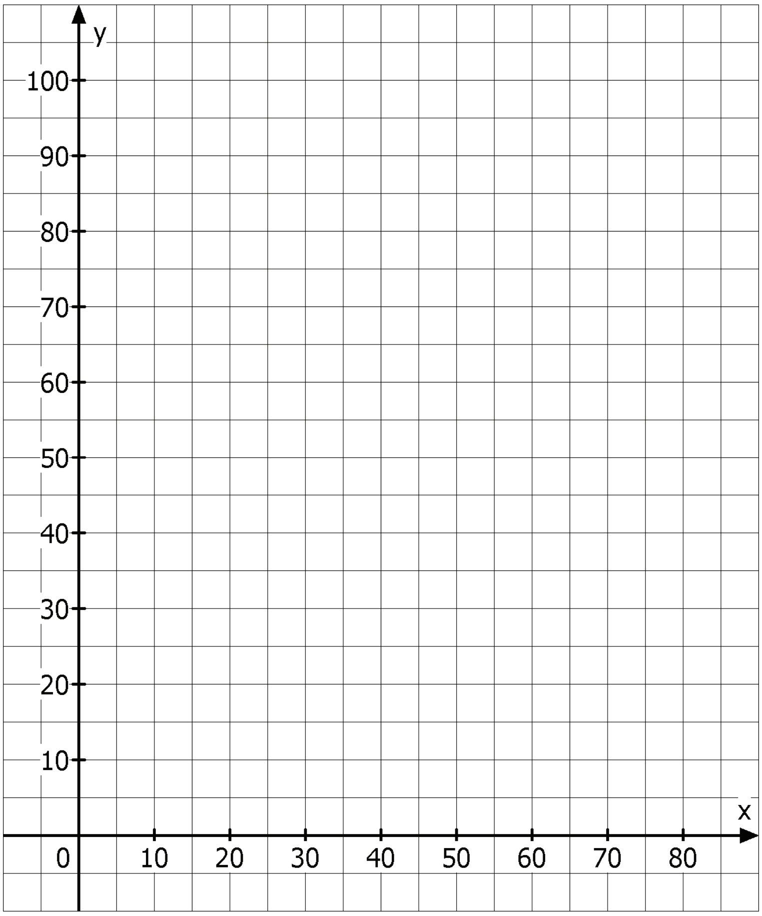
1.6 Zeigen Sie, dass die Funktion F mit $F(x) = (-35{,}714x - 1132{,}653)\cdot e^{-0{,}028x+2{,}14}$ angenähert als Stammfunktion der Funktion f betrachtet werden kann. **/4**

1.7 Berechnen Sie den Ausdruck $\frac{1}{50}\cdot\int_{20}^{70} f(x)\,dx$. **/5**

Geben Sie die Bedeutung des Ergebnisses im Sachzusammenhang an.

Fortsetzung auf der nächsten Seite →

Koordinatensystem zu Aufgabe 1.5:



2 Gebrochenrationale Funktionen /33

Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung: $f(x)=\dfrac{-x^3-3x^2+2}{2x^2}=-\dfrac{1}{2}x-\dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{x^2}$.

Der Graph der Funktion sei G_f.

2.1 Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion f. **/5**

2.2 Untersuchen Sie die Funktion f auf Polstellen. **/3**
Bestimmen Sie auch das Verhalten des Graphen in deren Umgebung.

2.3 Geben Sie die Definitionsmenge der Funktion f an. **/1**

2.4 Untersuchen Sie die Symmetrieeigenschaften von G_f. **/4**

2.5 Begründen Sie, dass $a(x)=-\dfrac{1}{2}x-\dfrac{3}{2}$ die Gleichung der Asymptote ist. **/2**

2.6 Berechnen Sie die Koordinaten des lokalen Extrempunktes von G_f. **/6**
(Auf den Nachweis mittels 2. Ableitung oder Vorzeichenwechselkriterium kann hier verzichtet werden.)

[Zur Kontrolle: Eine mögliche Schreibweise der 1. Ableitung lautet: $f'(x)=\dfrac{-x^3-4}{2x^3}$]

2.7 Ergänzen Sie die folgende Wertetabelle. **/6**

x	–5	–4	–2	–0,5	0,5	1	2	3
$f(x)$		0,56	–0,25	2,75			–2,25	

Zeichnen Sie mit Hilfe Ihrer Ergebnisse die Graphen der Funktion f und der Asymptote *a* in das Koordinatensystem auf der folgenden Seite.

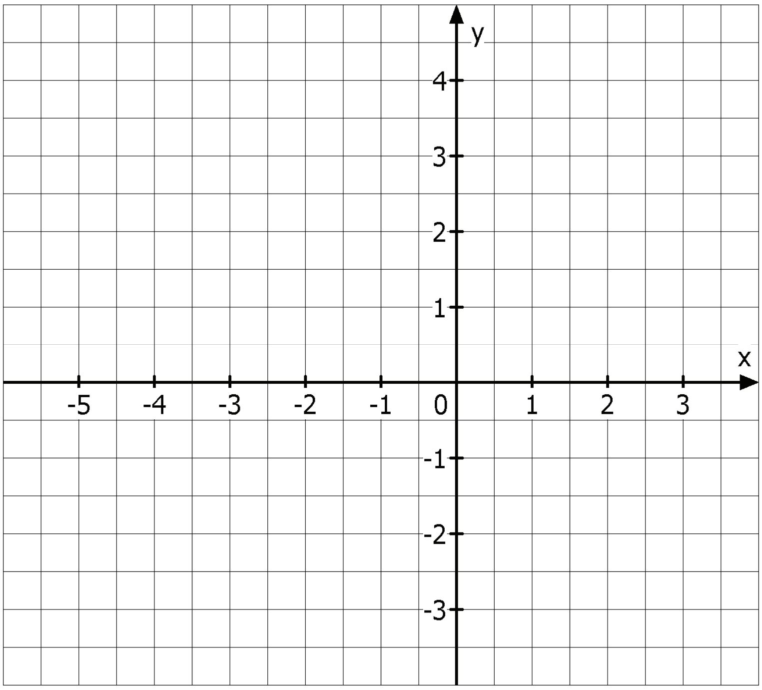
2.8 Im dritten Quadranten wird ein zusammenhängendes Flächenstück begrenzt durch **/6**
- die beiden Koordinatenachsen,
- den Graphen der Asymptote *a* und
- den Graphen der Funktion f.

Zeichnen Sie diese Fläche in Ihr Koordinatensystem ein.
Berechnen Sie den Inhalt dieser Fläche.

[Hinweis: Wenn Sie bei 2.1 die Nullstellen nicht berechnen konnten, entnehmen Sie diese näherungsweise der graphischen Darstellung.]

Fortsetzung auf der nächsten Seite →

Koordinatensystem zu Aufgabe 2.7:



3 Analytische Geometrie /33

Abgebildet ist das Schema eines Einfamilienhauses.
Die rechteckige Grundfläche des Hauses liegt in der x-y-Ebene.
1 LE $\hat{=}$ 1 m.

Hinweis: Die Abbildung ist nicht maßstabsgerecht.

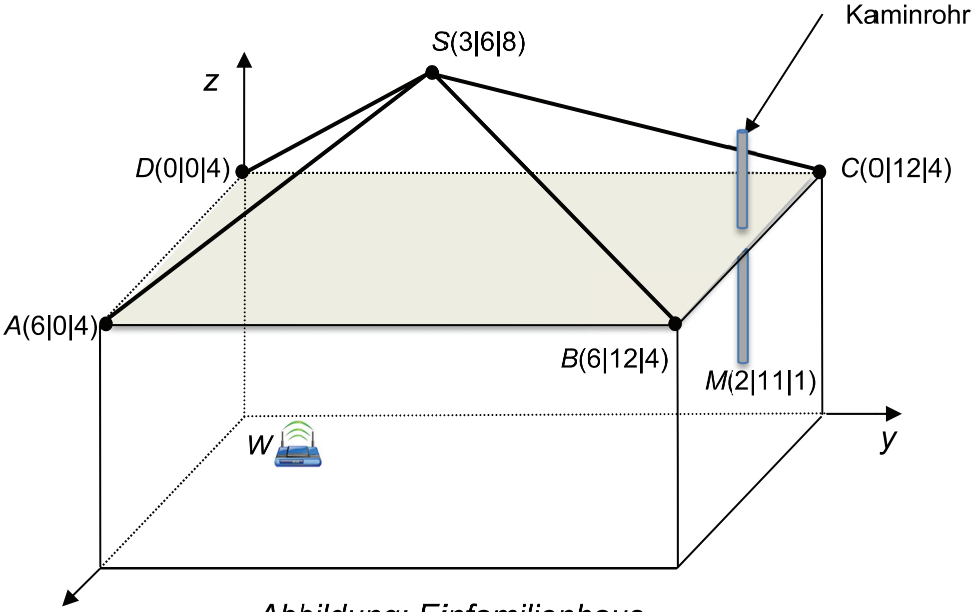


Abbildung: Einfamilienhaus

3.1 Das Dach soll neu gedeckt werden. **/5**
Bestimmen Sie die Größe der gesamten Dachfläche in m^2.

3.2 Berechnen Sie das Volumen des Dachbodens (Pyramide) in m^3. **/3**

3.3 Berechnen Sie den Winkel, den die gegenüberliegenden Dachflächen *ABS* und *CDS* im Punkt *S* einschließen. **/4**

3.4 Bestimmen Sie eine Gleichung der Geraden *g*, die durch die Punkte *B* und *S* verläuft. **/4**
Berechnen Sie die Länge der Dachkante $\overline{BS}$ in m.

3.5 Geben Sie eine Gleichung der Ebene *E* der rechten Dachfläche (*BCS*) in Parameter- und in Koordinatenform an. **/8**
Überprüfen Sie, ob der Punkt $Q(2\,|\,11\,|\,6)$ in dieser Ebene liegt.
[mögliches Ergebnis für *E* in Koordinatenform: $E:\ 2y + 3z = 36$]

3.6 Im Punkt $W\left(\frac{1}{2}\middle|\frac{1}{3}\middle|\frac{1}{4}\right)$ wird ein WLAN-Sender aufgestellt (siehe Abbildung). **/4**
Bestimmen Sie den Abstand der Ebene *E* (siehe 3.5) zu diesem Punkt.

3.7 Im Punkt $M(2\,|\,11\,|\,1)$ befindet sich der Fuß eines 5 m langen, senkrecht stehenden Kaminrohrs. **/5**
Ermitteln Sie die Koordinaten des Punktes *R*, in dem dieses Rohr das Dach durchstößt.
Wegen Brandschutzauflagen muss dieses Rohr mindestens 0,5 m aus dem Dach herausragen.
Entscheiden Sie, ob diese Auflage erfüllt wird.

4 Wahrscheinlichkeitsrechnung /33

In einem neu gebauten Haus gibt es 18 gleichwertige Wohnungen.
Für die Wohnungen haben sich 30 Bewerber gemeldet.

4.1 Wie viele Möglichkeiten gibt es, aus den 30 Bewerbern 18 auszuwählen? **/3**

Begründen Sie Ihren mathematischen Ansatz.

4.2 Unter den Bewerbern sind genau 5 Studenten. Diese werden auf jeden Fall für eine Wohnung ausgewählt. Für die anderen Wohnungen werden andere Bewerber ausgewählt. **/3**

Wie viele Möglichkeiten gibt es jetzt, Bewerber für die Wohnungen auszuwählen?

4.3 Aus Erfahrung weiß man, dass 20 % der Bewerber aus verschiedenen Gründen das Angebot nicht annehmen werden. Deshalb erhalten 22 zufällig ausgewählte Bewerber einen positiven Bescheid. **/13**

(1) Formulieren Sie eine geeignete Bernoulli-Kette mit Angabe der Parameter für die Wahrscheinlichkeit, dass von den 22 ausgewählten Bewerbern k Bewerber das Wohnungsangebot annnehmen.

[Hinweis: Sollten Sie zu keiner Lösung gekommen sein, dann rechnen Sie weiter mit $n = 22$ und $p = 0,8$.]

(2) Wie viele Zusagen sind zu erwarten?

(3) Mit welcher Wahrscheinlichkeit sagen höchstens 18 der 22 angeschriebenen Bewerber endgültig zu?

4.4 Tatsächlich gibt es 20 Bewerber, die endgültig zusagen, darunter sind alle 5 Studenten. Der Vermieter wählt zufällig zwei Bewerber aus, die keine Wohnung bekommen werden. **/4**

Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit genau 1 Student keine Wohnung erhält.

4.5 In die 18 Wohnungen sind Mieter eingezogen. 12 der 18 Wohnungen werden jeweils von einem Paar, die anderen 6 Wohnungen jeweils von einem Single bewohnt. **/5**

9 Paare und 2 Singles wollen gerne eine Hausparty zum Kennenlernen organisieren.

Prüfen Sie dafür, ob die Ereignisse A und B stochastisch abhängig sind.

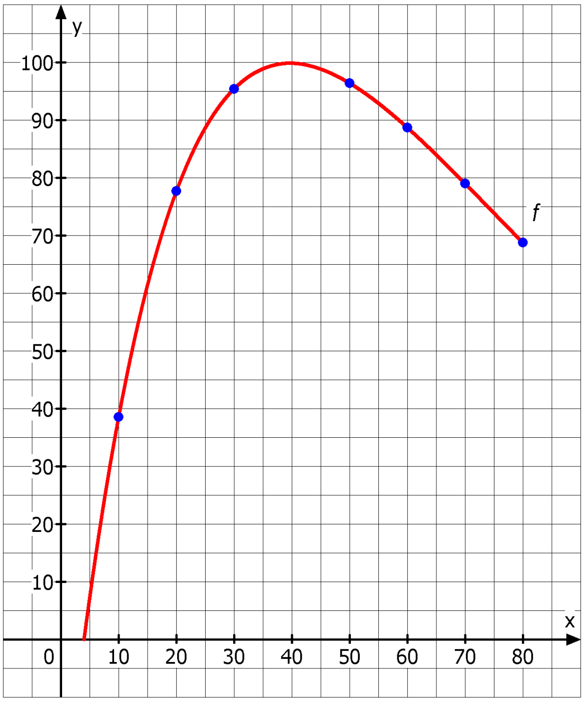
A: „Eine zufällig ausgewählte Mietpartei ist ein Single."
B: „Eine zufällig ausgewählte Mietpartei will eine Hausfeier organisieren."

4.6 Es soll eine Liste mit allen 11 Organisatoren der Hausparty erstellt werden. Auf die Reihenfolge der Organisatoren wird beim Erstellen nicht geachtet. **/5**

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der zufällig alle Paare oben auf der Liste stehen und alle Singles unten. Begründen Sie Ihre Vorgehensweise.

Erwartungshorizont für Aufgabenvorschlag B

Teil-aufgabe	Erwartete Teilleistung	BE in AB I	II	III
1.1	Beginn des Lernens entspricht einer Leistungsstärke von 0. x_N ist Nullstelle von $f \Leftrightarrow f(x_N)=0$ $(x-4)\cdot e^{-0{,}028x+2{,}14}=0$ Ein Produkt ist null, wenn mindestens ein Faktor null ist. $(x-4)=0 \Rightarrow x_{N_1}=4$ $e^{-0{,}028x+2{,}14}\neq 0$ für alle $x\in \mathbb{D}$ Ein Profischachspieler hat im Alter von 4 Jahren mit dem Erlernen begonnen.	4		
1.2	$f(60)=88{,}708$ $f(40)=99{,}835$ $1-p=\dfrac{88{,}708}{99{,}835}=0{,}8885461$ $p=11{,}145\ \%$ Die Aussage trifft zu, die Leistungsstärke im Alter von 60 Jahren ist um rund 11 % geringer im Vergleich zu der mit 40 Jahren.	3		
1.3	Das Maximum der Leistung entspricht der Hochpunktberechnung. x_E ist Extremstelle von f, wenn $f'(x_E)=0$ und $f''(x_E)\neq 0$ ist. $f'(x)=(-0{,}028x+1{,}112)\cdot e^{-0{,}028x+2{,}14}=0$ $\Leftrightarrow\ -0{,}028x+1{,}112=0 \Rightarrow x_E=39{,}714$ $f''(39{,}714)\approx -0{,}078<0 \quad \Rightarrow$ HP bei $x_E=39{,}714$ 39,714 entspricht 39 Jahre und 0,714 Jahre $0{,}714\cdot 12=8{,}568\approx 9$ Die maximale Leistung wird im Alter von rund 39 Jahren und 9 Monaten erbracht. Die Rechnung bestätigt die Aussage, dass das Leistungsmaximum um die 40 Jahre liegt.		4 2	
1.4	Die stärkste Leistungsabnahme entspricht dem Wendepunkt. x_W ist Wendestelle von f, wenn $f''(x_W)=0$ und f'' in der Umgebung von x_W einen Vorzeichenwechsel hat. $f''(x)=(0{,}000784x-0{,}05914)\cdot e^{-0{,}028x+2{,}14}=0$ $\Leftrightarrow\ 0{,}000784x_W-0{,}059136=0 \quad \Rightarrow \quad x_W\approx 75{,}43$ $\left.\begin{array}{l} f''(70)\approx -0{,}005 \\ f''(80)\approx 0{,}003 \end{array}\right\}$ Vorzeichenwechsel $\Rightarrow$ bei $x_W=75{,}43$ liegt ein Wendepunkt Die Abnahme der Leistungsstärke ist im Alter von 75 Jahren und 5 Monaten am stärksten.		4 2	

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-aufgabe</th><th rowspan="2">Erwartete Teilleistung</th><th colspan="3">BE in AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>1.5</td><td>
<table>
<tr><td>x</td><td>10</td><td>20</td><td>30</td><td>50</td><td>60</td><td>70</td><td>80</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>38,54</td><td>77,68</td><td>95,40</td><td>96,41</td><td>88,71</td><td>79,02</td><td>68,77</td></tr>
</table>


</td><td>4
2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1.6</td><td>Es muss gelten: $F'(x) = f(x)$
$F'(x) = -35,714 \cdot e^{-0,028x+2,14} + (-35,714x - 1132,653) \cdot e^{-0,028x+2,14} \cdot (-0,028)$
$= (-35,714 + x + 31,714) \cdot e^{-0,028x+2,14}$
$= (x-4) \cdot e^{-0,028x+2,14}$

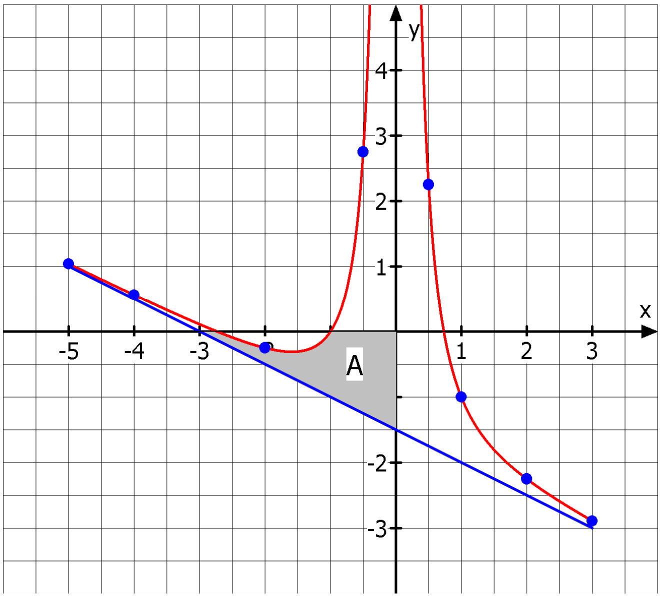
F ist angenähert eine Stammfunktion von f.</td><td></td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>1.7</td><td>$\frac{1}{50} \cdot \int_{20}^{70} f(x)\,dx = \frac{1}{50} \cdot \left[(-35,714x - 1132,653) \cdot e^{-0,028x+2,14}\right]_{20}^{70}$
$= \frac{1}{50} \cdot (-4349 - (-8966,778))$
≈ 92

Die durchschnittliche Leistungsstärke im Schach beträgt im Alter von 20 Jahren bis 70 Jahren ca. 92.</td><td></td><td>3</td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td>Summe (Aufgabe 1)</td><td>13</td><td>19</td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td>Mögliche BE</td><td colspan="3">34</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-
aufgabe</th><th rowspan="2">Erwartete Teilleistung</th><th colspan="3">BE in AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>2.1</td><td>Ansatz: $-x^3-3x^2+2=0$
Finden der ersten Lösung $x_1=-1$.
Das entstehende Restpolynom ergibt die Gleichung $x^2+2x-2=0$
mit den Lösungen $x_2=-2{,}732$ und $x_3=0{,}732$.</td><td></td><td>5</td><td></td></tr>
<tr><td>2.2</td><td>Die einzige Polstelle ist $x_4=0$. $(u(x)\neq 0$ und $v(x)=0)$
Untersuchung der Umgebung: z. B. $f(-0{,}1)=f(0{,}1)\approx 98{,}6$, damit Polstelle ohne Vorzeichenwechsel.</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2.3</td><td>Angabe von: D = IR\{0}</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2.4</td><td>$f(-x)=\dfrac{x^3-3x^2+2}{2x^2}\neq f(x)\Rightarrow$ keine Achsensymmetrie zur y-Achse

$-f(-x)=\dfrac{-x^3+3x^2-2}{2x^2}\neq f(x)\Rightarrow$ keine Punktsymmetrie zum Ursprung</td><td>4</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2.5</td><td>Der Term $\dfrac{1}{x^2}$ geht für $x\to\pm\infty$ gegen Null.
Deshalb nähert sich der Graph der Funktion der Asymptoten
$a(x)=-\dfrac{1}{2}x-\dfrac{3}{2}$ an.</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>2.6</td><td>$f'(x)=\dfrac{(-3x^2-6x)\cdot 2x^2-(-x^3-3x^2+2)\cdot 4x}{(2x^2)^2}$
Nach dem Auflösen der Klammern kann der Faktor $2x$ ausgeklammert und gekürzt werden. Es entsteht: $f'(x)=\dfrac{-x^3-4}{2x^3}$

Notwendige Bedingung für lokale Extrema: $f'(x)=0$
Es genügt die Betrachtung des Zählers: $-x^3-4=0$
Mit der einzigen Lösung $x_E=-1{,}587$ und $f(-1{,}587)=-0{,}309$,
Ergebnis: $E(-1{,}587\,|\,-0{,}309)$</td><td></td><td>6</td><td></td></tr>
<tr><td>2.7</td><td><table><tr><td>x</td><td>–5</td><td>–4</td><td>–2</td><td>–0,5</td><td>0,5</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>**1,04**</td><td>0,56</td><td>–0,25</td><td>2,75</td><td>**2,25**</td><td>–**1**</td><td>–2,25</td><td>–**2,89**</td></tr></table></td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
</table>

Teil-aufgabe	Erwartete Teilleistung	BE in AB I	BE in AB II	BE in AB III
zu 2.7			4	
2.8	Zeichnen der Fläche (siehe Koordinatensystem 2.7). Die gesuchte Fläche ist die Differenz der Dreiecksfläche A_D und der Fläche A_1 zwischen dem Graphen der Funktion f und der x-Achse. Die Dreiecksfläche beträgt $A_D = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1{,}5 = 2{,}25$ Bestimmung der Fläche A_1: Die Funktion $f(x) = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2} + \frac{1}{x^2}$ kann geschrieben werden als $f(x) = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2} + x^{-2}$. Damit lautet eine Stammfunktion: $F(x) = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x - x^{-1}$. Damit kann das Integral berechnet werden: $\int_{-2{,}732}^{-1} f(x)\mathrm{d}x = \left[F(x)\right]_{-2{,}732}^{-1} = -0{,}348$ $A = A_D - A_1 = 2{,}25 - 0{,}348 = 1{,}902 \text{ FE}$ (Eine Berechnung des Integrals mit sinnvoll abgelesener unterer Grenze wird toleriert.)	1		5
	Summe (Aufgabe 2)	11	17	5
	Mögliche BE	33		

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-
aufgabe</th><th rowspan="2">Erwartete Teilleistung</th><th colspan="3">BE in AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>3.1</td><td>Die Fläche besteht aus jeweils zwei Dreiecken.
allgemein: $A_{Dreieck} = \frac{1}{2} g \cdot h$
Flächen der Dreiecke BCS und ADS:
$h = \left| \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 12 \\ 4 \end{pmatrix} \right| = \left| \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{52}$
$A_1 = 2 \cdot A_{BCS} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \sqrt{52} \approx 43{,}3$
Flächen der Dreiecke ABS und CDS:
$h = \left| \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix} \right| = \left| \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{25}$
$A_2 = 2 \cdot A_{ABS} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot \sqrt{25} = 60$
Die Größe der gesamten Dachfläche beträgt 103,3 m^2.</td><td>5</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3.2</td><td>Der Dachboden ist eine vierseitige Pyramide.
$V_{\text{Pyramide}} = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{G}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 12 \cdot 4 = 96$
Das gesamte Volumen beträgt 96 m^3.</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3.3</td><td>Der Winkel entspricht dem Winkel der Vektoren vom Punkt S zu den Mittelpunkten M_1 bzw. M_2 der Strecken $\overline{AB}$ bzw. $\overline{CD}$.
$M_1(6 \mid 6 \mid 4)$, $M_2(0 \mid 6 \mid 4)$
$\cos\alpha = \frac{\overrightarrow{SM_1} \cdot \overrightarrow{SM_2}}{\left|\overrightarrow{SM_1}\right| \cdot \left|\overrightarrow{SM_2}\right|} = \frac{\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}}{\left| \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \right| \cdot \left| \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \right|} = 0{,}28 \Rightarrow \alpha \approx 73{,}7°.$</td><td></td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>3.4</td><td>$g: \vec{x} = \overrightarrow{OB} + r\overrightarrow{BI}$; $r \in \text{IR}$
$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 12 \\ 4 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \\ 4 \end{pmatrix}$; $r \in \text{IR}$
$\left|\overrightarrow{BI}\right| = \left| \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \\ 4 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{61} \approx 7{,}8$
Die Länge der Dachkante beträgt 7,8 m.</td><td>4</td><td></td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-aufgabe</th><th rowspan="2">Erwartete Teilleistung</th><th colspan="3">BE in AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>3.5</td><td>Eine Parameterform:
$E: \vec{x} = \overrightarrow{OB} + r\overrightarrow{BS} + t\overrightarrow{BC}$; $r,t \in \mathrm{IR}$
$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 12 \\ 4 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} -3 \\ -6 \\ 4 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$; $r,t \in \mathrm{IR}$
Bestimmung eines möglichen Normalenvektors
$\vec{n} = \overrightarrow{BS} \times \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \\ 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -24 \\ -36 \end{pmatrix}$ und d mit
$d = \vec{n} \cdot \overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} 0 \\ -24 \\ -36 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 12 \\ 4 \end{pmatrix} = -432$
Eine Koordinatenform $E: 2y + 3z = 36$
$2 \cdot 11 + 3 \cdot 6 = 40 \neq 36$
Der Punkt Q liegt nicht in der Ebene E.</td><td>3

2

3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3.6</td><td>$E: 2y + 3z = 36$
$\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \lvert\vec{n}\rvert = \sqrt{13} \approx 3,6$; $d = \dfrac{2 \cdot \frac{1}{3} + 3 \cdot \frac{1}{4} - 36}{\sqrt{13}} \approx -9,59$
Daraus folgt der Abstand zum Punkt W: $d \approx 9,59$ m .</td><td></td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>3.7</td><td>Eine Geradengleichung des Kaminrohrs:
$k: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 11 \\ 1 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$; $r \in \mathrm{IR}$
Schnittpunkt mit der Ebene E des Daches:
$\begin{pmatrix} 2 \\ 11 \\ 1 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 12 \\ 4 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} -3 \\ -6 \\ 4 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; r = \frac{1}{6}; t = \frac{7}{12}; s = \frac{11}{3}$
Der Schnittpunkt lautet: $R(2 \mid 11 \mid \tfrac{14}{3})$.
$\frac{14}{3} - 1 = \frac{11}{3} = 3,\overline{6}$
$5 - 3,\overline{6} = 1,\overline{3}$
Die Länge des Kaminabschnitts oberhalb des Dachdurchstoßpunktes beträgt $1,\overline{3}$ m.
Die Brandschutzauflagen werden erfüllt.</td><td></td><td>5</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Summe (Aufgabe 3)</td><td>20</td><td>13</td><td>0</td></tr>
<tr><td></td><td>Mögliche BE</td><td colspan="3">33</td></tr>
</table>

Teil-aufgabe	Erwartete Teilleistung	BE in AB		
		I	II	III
4.1	Es handelt sich hier um das Modell „Ziehen ohne Zurücklegen und ohne Beachtung der Reihenfolge“. $\binom{30}{18}=86.493.225$	3		
4.2	Ohne Beachtung der Reihenfolge sind genau 5 Wohnungen für die 5 Studenten fest. Unter den übrigen 25 Bewerbern werden die anderen 13 Wohnungen verteilt. $\binom{25}{13}=5.200.300$ Es gibt 5.200.300 Auswahlmöglichkeiten mit allen 5 Studenten.	3		
4.3	(1) BERNOULLI-Versuch: „k Bewerber nehmen das Wohnungsangebot an.“ Parameter: $n=22$ (alle Bewerber mit positivem Bescheid) $p=0{,}8$ (20 % Ablehnungen, deshalb 80 % Zusagen) $B(22;0{,}8;k)=P(X=k)=\binom{22}{k}\cdot 0{,}8^k\cdot 0{,}2^{22-k}$ (2) $E=n\cdot p=22\cdot 0{,}8=17{,}6$ Es sind 18 Zusagen zu erwarten. (3) $P(X\leq 18)=1-P(X>18)$ $=1-\left(P(X=19)+P(X=20)+P(X=21)+P(X=22)\right)$ *Nebenrechnung:* $P(X=19)=\binom{22}{19}\cdot 0{,}8^{19}\cdot 0{,}2^3\approx 0{,}1775$ $P(X=20)=\binom{22}{20}\cdot 0{,}8^{20}\cdot 0{,}2^2\approx 0{,}1065$ $P(X=21)=\binom{22}{21}\cdot 0{,}8^{21}\cdot 0{,}2\approx 0{,}0406$ $P(X=22)=0{,}8^{22}\approx 0{,}0074$ $0{,}3320$ $P(X\leq 18)=1-0{,}3320$ $=0{,}6680=66{,}8\ \%$ Mit einer Wahrscheinlichkeit von 66,8 % sagen höchstens 18 von 22 angeschriebenen Bewerbern zu.		3 2 8	
4.4	E: Genau ein Student bekommt keine Wohnung. Es gibt 5 Möglichkeiten, dass einer der vom Vermieter zufällig ausgewählten Bewerber ein Student ist und 15 Möglichkeiten, dass der andere zufällig ausgewählte Bewerber kein Student ist (Anzahl der günstigen Ergebnisse). Insgesamt gibt es $\binom{20}{2}$ Möglichkeiten, aus den 20 Zusagen zufällig 2 auszuwählen. $P(\text{E})=\frac{\text{Anzahl der günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl der möglichen Ergebnisse}}=\frac{5\cdot 15}{\binom{20}{2}}=0{,}3947=39{,}47\ \%$	4		

Teil-aufgabe	Erwartete Teilleistung	BE in AB		
		I	II	III
4.5	A und B sind stochastisch abhängig, wenn $P_A(B) \neq P(B)$ gilt. $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{2}{6} \approx 0{,}3333$ $P(B) = \frac{11}{18} \approx 0{,}6111$ $0{,}3333 \neq 0{,}6111$ Da die beiden Wahrscheinlichkeiten nicht gleich sind, sind die beiden Ereignisse stochastisch abhängig voneinander.		5	
4.6	E: Auf einer Liste mit allen Organisatoren stehen alle Paare vor den Singles. Die Organisatorenliste umfasst 11 Plätze. Es gibt demnach 11! Möglichkeiten, eine Organisatorenliste anzufertigen (Anzahl der möglichen Ergebnisse). Die ersten 9 Plätze sollen von den Paaren eingenommen werden. Dafür gibt es 9! Möglichkeiten. Die letzten beiden Plätze werden von den Singles eingenommen, das ergibt 2! = 2 Möglichkeiten. Die Anzahl der günstigen Ergebnisse ergibt sich zu $9! \cdot 2!$, da es zu jeder Permutation der Paare 2! = 2 Anordnungsmöglichkeiten für die Singles gibt. $P(E) = \frac{9! \cdot 2!}{11!} = \frac{1}{55}$ $\approx 0{,}0182 = 1{,}82\,\%$			5
	Summe (Aufgabe 4)	10	18	5
	Mögliche BE	33		