

**Abschlussprüfung  
an der Berufsoberschule im Schuljahr 2020/2021**

<b>Fach</b>	<b>Mathematik (B)</b>
<b>Nur für die Lehrkraft</b>	
<b>Prüfungstag</b>	<b>27. Mai 2021</b>
<b>Prüfungszeit</b>	09:00 – 13:00 Uhr
<b>Zugelassene Hilfsmittel</b>	Nicht grafikfähiger Taschenrechner mit gelöschtem Programmiereteil, kein CAS-Rechner, Handbuch/Gebrauchsanleitung muss vorliegen, Formelsammlung, Rechtschreib-Wörterbuch (siehe Aufgabendeckblatt)
<b>Allgemeine und spezielle Arbeitshinweise</b>	<b>Beachten Sie bitte das Schülerdeckblatt zu den Wahlmöglichkeiten.</b>
<b>Erwartungshorizonte</b>	<p>Die Beschreibungen der erwarteten Leistungen enthalten keine vollständigen Lösungen, sondern nur kurze Angaben. Hier nicht genannte, aber gleichwertige Lösungswege sind gleichberechtigt.</p> <p>Die aufgeführten Lösungswege zeigen immer nur eine Variante auf. Für andere Lösungswege oder Lösungsansätze, die schlüssig dargestellt werden und zu richtigen Zwischen- oder Endergebnissen führen, sind die vorgesehenen Bewertungseinheiten (BE) entsprechend zu vergeben. Wird jedoch der im Erwartungshorizont dargestellte Lösungsweg vom Prüfling verwendet, so sind die BE in der angegebenen Weise aufzuteilen. Damit die Möglichkeit besteht, den eigenen didaktischen Aspekten bei der Bewertung genug Raum zu geben, werden in der Regel die BE nicht kleinschrittig zugeordnet. Die Summe der BE pro Teilaufgabe ist verbindlich.</p> <p>Sind Zwischenergebnisse nicht korrekt ermittelt worden und die sich auf diesen Zwischenergebnissen aufbauenden weiteren Lösungswege schlüssig und nicht mit neuen Fehlern versehen, so sind die BE entsprechend zu erteilen (Folgefehler). Dieses Vorgehen ist nicht anzuwenden, wenn eine offensichtlich nicht sinnvolle Lösung unkommentiert bleibt oder der Lösungsweg durch den Fehler erheblich einfacher geworden ist.</p> <p>Die Verwendung von entsprechenden Operatoren in den Aufgabenstellungen erfordert vom Prüfling schriftliche Erläuterungen seiner Überlegungen. Bei der Bewertung dieser Erläuterungen, auf deren Darstellung im Erwartungshorizont weitgehend verzichtet wird, kann die Lehrkraft ihren pädagogischen Spielraum nutzen und sich an ihrer bisherigen Unterrichtspraxis orientieren. Im Erwartungshorizont wird teilweise auf formale mathematische Vollständigkeit verzichtet, wenn diese vom Schüler in der Regel nicht unbedingt zu erwarten ist.</p>

Aufgabe Nr.	Soll
1	34
2	33
3	33
<b>Summe<sup>1</sup>:</b>	Je nach Wahl 67 oder 66

<sup>1</sup> Jeder Prüfling bearbeitet nur zwei Aufgaben.

**1 Exponentialfunktion**

**/34**

In einem Museum wird die Anzahl an Besuchern während eines Tages ermittelt. Die Anzahl an Besuchern lässt sich für einen bestimmten Tag durch die Funktion  $B$  mit der Gleichung

$$B(t) = t^3 \cdot (8 - t) \cdot e^{-t} = (8t^3 - t^4) \cdot e^{-t}$$

beschreiben. Dabei gibt  $t$  die Anzahl der Stunden ab 10 Uhr an und  $B(t)$  die Anzahl der Besucher in 100.

Der Graph der Funktion ist  $G_B$ .

**1.1** Bestimmen Sie alle Nullstellen der Funktion  $B$ . **/4**  
Interpretieren Sie die Nullstellen im Sachzusammenhang.

**1.2** Zeigen Sie, dass  $B'(t) = t^2 \cdot (t^2 - 12t + 24) \cdot e^{-t}$  die Gleichung der ersten Ableitung der Funktion  $B$  ist. **/4**

**1.3** Berechnen Sie, zu welchem Zeitpunkt die Anzahl an Besuchern am höchsten war. **/9**  
Geben Sie auch die Anzahl der Besucher an, die sich zu diesem Zeitpunkt im Museum befanden.

[Ohne Nachweis dürfen Sie verwenden:  $B''(t) = -t \cdot (t^3 - 16t^2 + 60t - 48) \cdot e^{-t}$ .]

**1.4** Ergänzen Sie die Wertetabelle. **/6**

$t$	0,5	1	2	3	4	5	6	7
$B(t)$		2,58		6,72	4,69		1,07	

Zeichnen Sie unter Verwendung Ihrer bisherigen Ergebnisse den Graphen der Funktion  $B$  im Intervall  $0 \leq t \leq 8$  in das **Koordinatensystem auf der nächsten Seite**.

**1.5** Ein Mitarbeiter des Museums stellt während seiner Aufsicht von 10 Uhr bis 18 Uhr fest, dass um 14 Uhr die Besucherzahlen am stärksten sanken. **/11**

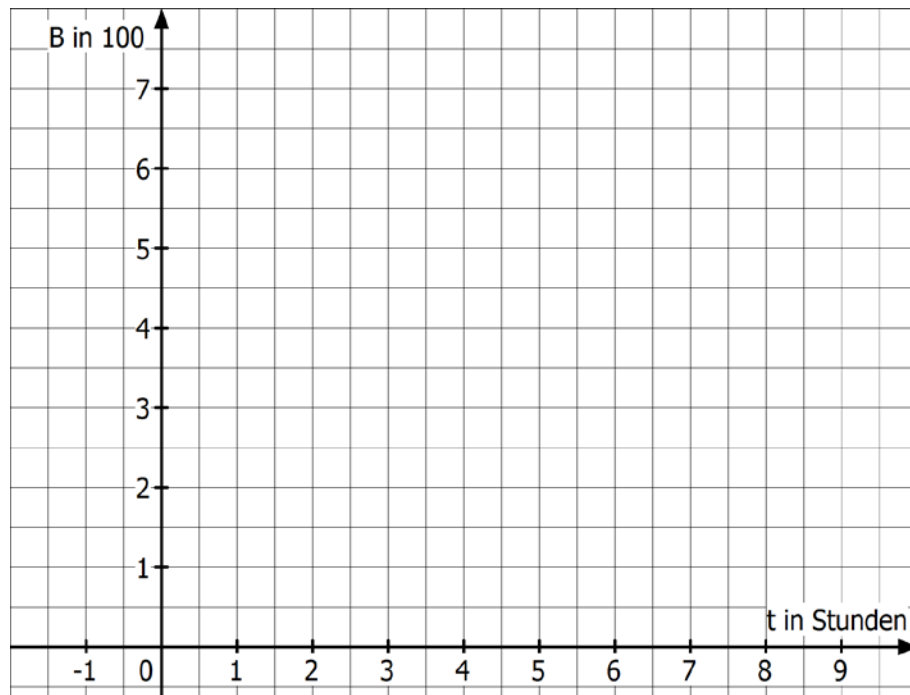
Ermitteln Sie den Zeitpunkt, an dem die Anzahl an Besuchern am stärksten gestiegen ist.

Berechnen Sie die Größe des Anstiegs der Anzahl an Besuchern zu diesem Zeitpunkt.

[Ein Nachweis mit Hilfe der dritten Ableitung oder des Vorzeichenwechselkriteriums ist nicht erforderlich.]

**Fortsetzung auf der nächsten Seite →**

**Koordinatensystem zu Aufgabe 1.4**



**2 Gebrochenrationale Funktionen****/33**

Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $f(x) = \frac{15}{x^2 + 5}$ . Der Graph der Funktion sei  $G_f$ .

**2.1** Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich von  $f$ . **/4**  
Untersuchen Sie den Graphen von  $f$  auf Symmetrie.

**2.2** Berechnen Sie den Schnittpunkt des Graphen der Funktion  $f$  mit der  $y$ -Achse. **/3**  
Weisen Sie nach, dass  $f$  keine Nullstellen besitzt.

**2.3** Berechnen Sie Lage und Art des Extrempunkts von  $G_f$ . **/7**

[Hinweis: Ohne Nachweis dürfen Sie verwenden  $f''(x) = \frac{90x^2 - 150}{(x^2 + 5)^3}$ .]

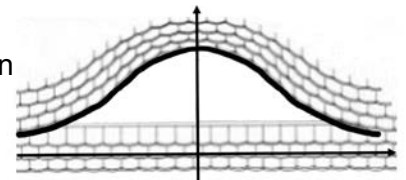
**2.4** Ergänzen Sie die Wertetabelle. **/5**

$x$	0	0,5	1	1,5	2	3	4
$f(x)$				2,07	1,67		

Zeichnen Sie unter Verwendung Ihrer oben berechneten Ergebnisse und der Wertetabelle den Graphen von  $f$  im Intervall  $[-4 | 4]$  in das **Koordinatensystem auf der folgenden Seite** ein.

Im Folgenden soll diese Funktion im Sachzusammenhang betrachtet werden:

Beim Dachausbau eines Hauses wird eine Dachgaube eingebaut. Die Funktion  $f$  beschreibt in guter Näherung den Verlauf des oberen Randes der Dachgaube (siehe Abbildung). Der Fußboden im Dach soll in der Höhe der  $x$ -Achse liegen, 1 Längeneinheit entspricht 1 m.



**2.5** In der Höhe von 2 m über dem Fußboden wird im Fensterrahmen ein Balken  $g$  **/2**  
eingezogen, der parallel zum Fußboden ist. Die Fläche zwischen dem Balken und dem oberen Rand der Gaube soll in einem Stück verglast werden. Die Dicke des Fensterrahmens wird vernachlässigt.  
Zeichnen Sie den Balken in das Koordinatensystem ein und markieren Sie die Fläche, die verglast werden soll.

**2.6** Ermitteln Sie, in welchem Bereich der obere Rand des Fensterrahmens mehr als **/3**  
2 m über dem Fußboden des Dachraums liegt.

**Fortsetzung auf der nächsten Seite →**

Um den Flächeninhalt der Fläche, die verglast werden soll, näherungsweise zu ermitteln, soll eine Parabel  $p$  verwendet werden, die die gleichen Schnittpunkte mit dem Balken  $g$  hat wie  $f$ .

- 2.7** Zeichnen Sie die Parabel  $p$  mit  $p(x) = -0,4x^2 + 3$  in das Koordinatensystem ein. /4

Zeigen Sie, dass die Schnittstellen der Graphen von  $f$  und  $p$  mit Hilfe der Gleichung

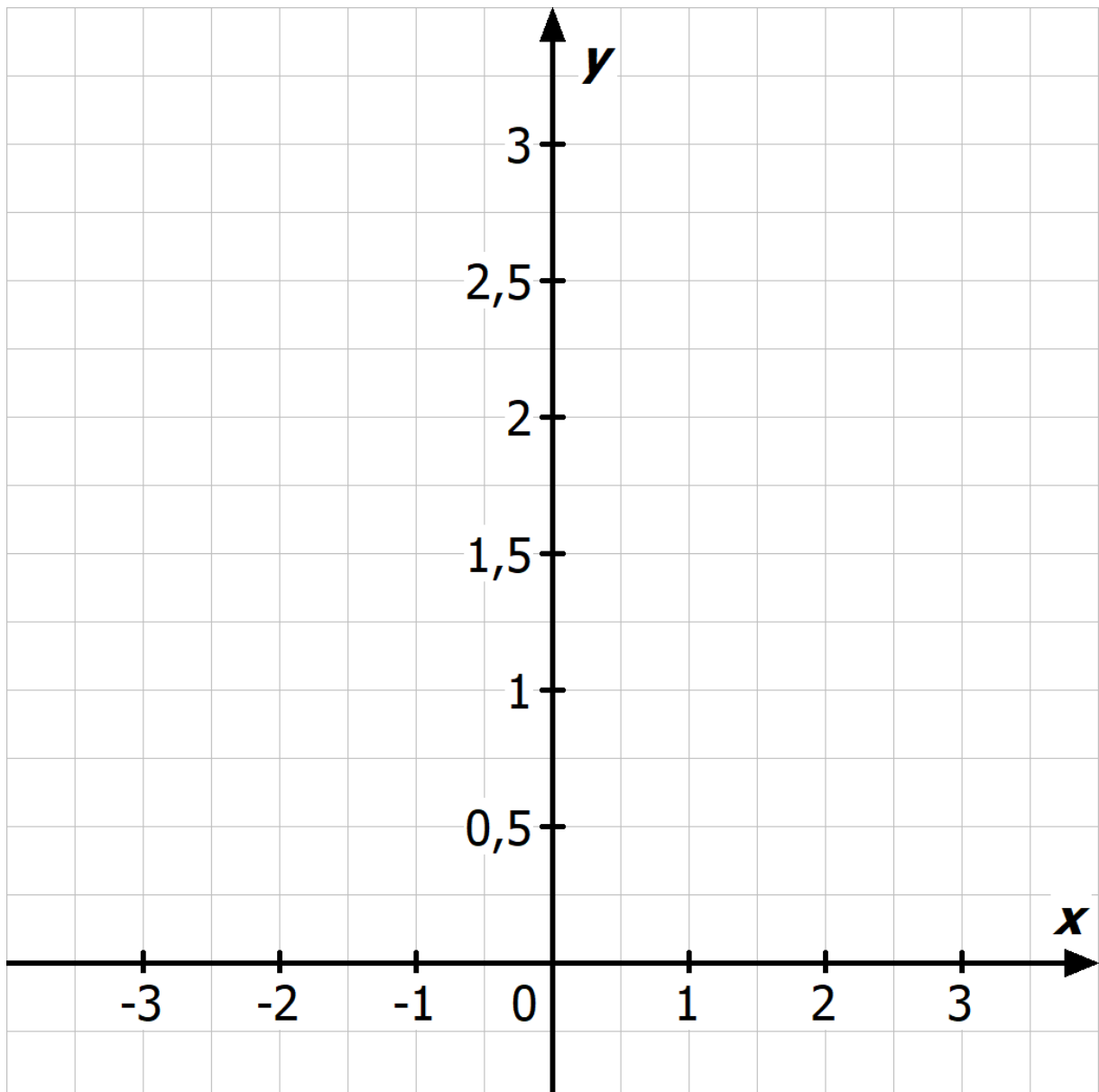
$$0 = -0,4x^4 + x^2 \text{ ermittelt werden können.}$$

[Hinweis: Die Schnittstellen selbst müssen nicht noch einmal ermittelt werden.]

- 2.8** Ermitteln Sie den Inhalt der Fläche, die verglast werden soll. Nutzen Sie dazu die Parabel  $p$ . /5

[Hinweis: Sollten Sie Aufgabe 2.6 nicht bearbeitet haben, lesen Sie die Intervallgrenzen aus der Zeichnung ab.]

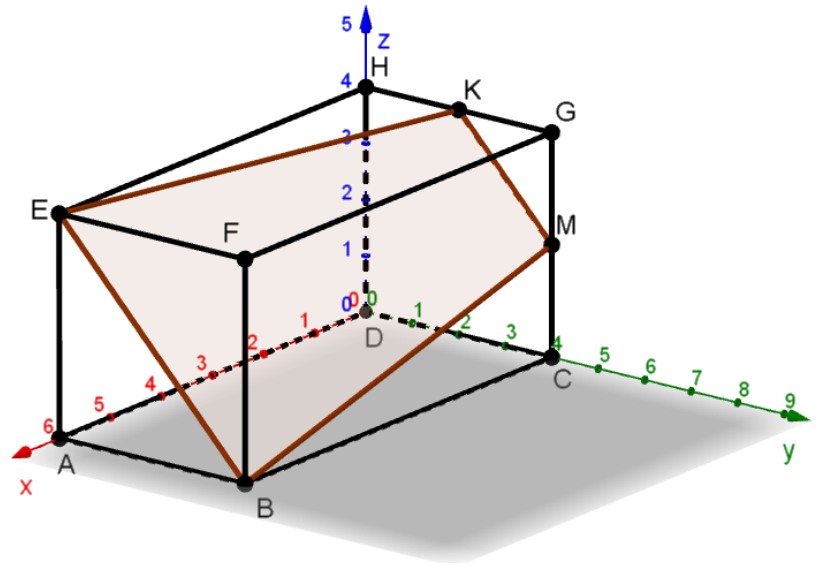
**Koordinatensystem zu Aufgabe 2.4 , 2.6 und 2.7:**



**3 Analytische Geometrie**

/33

Ein Quader  $ABCDEFGH$  hat die Kantenlänge  $\overline{DA} = 6$  cm,  $\overline{DC} = 4$  cm und  $\overline{DH} = 4$  cm.  $M$  ist der Mittelpunkt der Kante  $\overline{CG}$ .



- 3.1** Die Ebene  $T$  verläuft durch die Punkte  $E$ ,  $B$  und  $M$ .  
Ermitteln Sie die Gleichung der Ebene  $T$  in Parameterform und Koordinatenform.  
[Zur Kontrolle: Eine mögliche Lösung ist  $T : x + 3y + 3z = 18$ .]

/7
- 3.2** Zeigen Sie rechnerisch, dass der Mittelpunkt  $K$  der Kante  $\overline{GH}$  ein Punkt der Ebene  $T$  ist.

/2
- 3.3** Die Raumdiagonale  $\overline{DF}$  liegt auf der Geraden  $d$ .  
Weisen Sie nach, dass  $d : \vec{x} = t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$  eine Gleichung der Geraden  $d$  ist.

/2
- 3.4** Zeigen Sie, dass  $S(3,6|2,4|2,4)$  der Schnittpunkt der Raumdiagonale  $\overline{DF}$  und der Ebene  $T$  ist.  
Untersuchen Sie, ob  $S$  gleichzeitig der Schnittpunkt der Diagonalen  $\overline{EM}$  und  $\overline{BK}$  des Vierecks  $BMKE$  ist.

/8
- 3.5** Berechnen Sie im Viereck  $BMKE$  den Innenwinkel  $\beta$  im Punkt  $B$ .

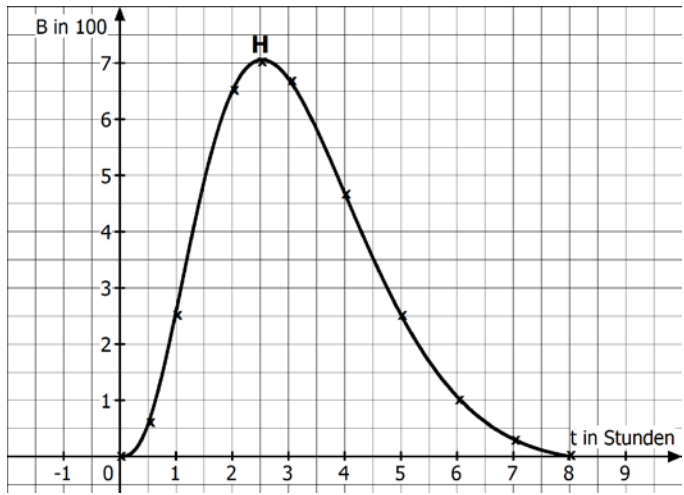
/3
- 3.6** Begründen Sie, dass das Viereck  $BMKE$  ein Trapez ist.

/3
- 3.7** Der Punkt  $P(6|1|3)$  liegt auf der Strecke  $\overline{EB}$ .  
Weisen Sie rechnerisch nach, dass die Gerade durch die Punkte  $P$  und  $K$  senkrecht zur Strecke  $\overline{EB}$  verläuft.

/3
- 3.8** Ermitteln Sie den Flächeninhalt des Trapezes  $BMKE$ .

/5

**Erwartungshorizont für Aufgabenvorschlag B**

Teil- aufgabe	Beschreibung der erwarteten Schülerleistung	BE/AB																				
		I	II	III																		
<b>1.1</b>	$B(t_0) = 0 \Rightarrow 0 = t^3 \cdot (8-t) \cdot \underbrace{e^{-t}}_{\text{wird nie Null}} \Rightarrow t_{01} = 0 \text{ und } t_{02} = 8$ <p>Um 10 Uhr und um 18 Uhr befinden sich keine Besucher im Museum.</p>	2																				
<b>1.2</b>	<p>Aus <math>B(t) = (8t^3 - t^4) \cdot e^{-t}</math> ergibt sich</p> $B'(t) = (24t^2 - 4t^3) \cdot e^{-t} + (8t^3 - t^4) \cdot (-e^{-t}) = e^{-t} \cdot (t^4 - 12t^3 + 24t^2)$ $= t^2 \cdot (t^2 - 12t + 24) \cdot e^{-t}$		4																			
<b>1.3</b>	$B'(t_E) = 0 \Rightarrow t^2 \cdot (t^2 - 12t + 24) \cdot \underbrace{e^{-t}}_{\text{wird nie Null}} = 0 \Rightarrow t_1 = 0 \text{ entfällt, da } B(0) = 0$ <p>Aus <math>t^2 - 12t + 24 = 0 \Rightarrow t_{2,3} = 6 \pm \sqrt{36 - 24}</math>  <math>\Rightarrow t_2 \approx 9,46</math> und <math>B''(9,46) &gt; 0 \Rightarrow</math> entfällt  <math>\Rightarrow t_3 \approx 2,54</math> und <math>B''(2,54) &lt; 0 \Rightarrow B(2,54   7,06)</math></p> <p>Um 12:32 Uhr befanden sich ca. 706 Besucher im Museum.                  Alternative Zeit- und Besucherangaben entsprechend der gewählten Rundung von <math>t_3</math> sind zulässig.</p>		9																			
<b>1.4</b>	<p>Ergänzung der Wertetabelle:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="padding: 5px;"><math>t</math></th> <th style="padding: 5px;">0,5</th> <th style="padding: 5px;">1</th> <th style="padding: 5px;">2</th> <th style="padding: 5px;">3</th> <th style="padding: 5px;">4</th> <th style="padding: 5px;">5</th> <th style="padding: 5px;">6</th> <th style="padding: 5px;">7</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th style="padding: 5px;"><math>B(t)</math></th> <td style="padding: 5px;"><b>0,57</b></td> <td style="padding: 5px;">2,58</td> <td style="padding: 5px;"><b>6,50</b></td> <td style="padding: 5px;">6,72</td> <td style="padding: 5px;">4,69</td> <td style="padding: 5px;"><b>2,53</b></td> <td style="padding: 5px;">1,07</td> <td style="padding: 5px;"><b>0,31</b></td> </tr> </tbody> </table> <div style="text-align: center;">  </div>	$t$	0,5	1	2	3	4	5	6	7	$B(t)$	<b>0,57</b>	2,58	<b>6,50</b>	6,72	4,69	<b>2,53</b>	1,07	<b>0,31</b>	2		
$t$	0,5	1	2	3	4	5	6	7														
$B(t)$	<b>0,57</b>	2,58	<b>6,50</b>	6,72	4,69	<b>2,53</b>	1,07	<b>0,31</b>														
			4																			

Teil- aufgabe	Beschreibung der erwarteten Schülerleistung	BE/AB		
		I	II	III
1.5	$B''(t) = 0 \Rightarrow 0 = -t \cdot (t^3 - 16t^2 + 60t - 48) \cdot \underbrace{e^{-t}}_{\text{wird nie Null}}$ $\Rightarrow t_1 = 0 \Rightarrow \text{entfällt, da } B'(0) = 0 \text{ (vgl. 1.3)}$ <p>Nach Polynomdivision oder Hornerchema mit <math>t_2 = 4</math> (vgl. Aufgabenstellung) ergibt sich</p> $t^3 - 16t^2 + 60t - 48 = (t - 4) \cdot (t^2 - 12t + 12)$ $\Rightarrow t_{3/4} = 6 \pm \sqrt{36 - 12}$ $\Rightarrow t_3 \approx 10,90 \Rightarrow \text{entfällt, da außerhalb der Öffnungszeiten}$ $\Rightarrow t_4 \approx 1,10$ $\Rightarrow B'(1,10) = 4,84$ <p>Um 11:06 Uhr nimmt die Besucherzahl am stärksten mit 484 Besuchern/Stunde zu.</p> <p>Alternative Angaben entsprechend der gewählten Rundung von <math>t_4</math> sind zulässig.</p>		3	3
	<b>Summen der BE in den Anforderungsbereichen</b>	<b>10</b>	<b>16</b>	<b>8</b>
	<b>Summe der BE</b>		<b>34</b>	



Teil-aufgabe	Beschreibung der erwarteten Schülerleistung	BE/AB																		
		I	II	III																
2.1	$N(x) = x^2 + 5 \neq 0$ für alle $x \in \mathbb{R} \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$ $f(-x) = \frac{15}{(-x)^2 + 5} = \frac{15}{x^2 + 5} = f(x) \Rightarrow$ der Graph von $f$ ist achsensymmetrisch zur $y$ -Achse.	2																		
2.2	$S_y : f(0) = \frac{15}{5} = 3 \Rightarrow S_y(0 3)$ $Z(x) = 15 \neq 0 \Rightarrow$ Der Funktionswert kann niemals Null werden, es gibt keine Nullstellen.	2																		
2.3	1. Ableitung: $f'(x) = \frac{0 \cdot (x^2 + 5) - 15 \cdot 2x}{(x^2 + 5)^2} = \frac{-30x}{(x^2 + 5)^2}$ Extrempunkt: $f'(x) = 0$ $-30x = 0$ $x = 0$ $f''(0) = \frac{-150}{125} < 0 \Rightarrow$ es liegt ein Maximum vor. $\Rightarrow H(0 3)$			7																
2.4	<table border="1" style="margin-bottom: 10px;"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>0</th> <th>0,5</th> <th>1</th> <th>1,5</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>f(x)</td> <td>3,00</td> <td>2,86</td> <td>2,50</td> <td>2,07</td> <td>1,67</td> <td>1,07</td> <td>0,71</td> </tr> </tbody> </table>	x	0	0,5	1	1,5	2	3	4	f(x)	3,00	2,86	2,50	2,07	1,67	1,07	0,71	2		3
x	0	0,5	1	1,5	2	3	4													
f(x)	3,00	2,86	2,50	2,07	1,67	1,07	0,71													

Teil- aufgabe	Beschreibung der erwarteten Schülerleistung	BE/AB		
		I	II	III
2.5	Siehe Abbildung zu 2.4: Strecke $g$ und blaue Markierung		2	
2.6	$f(x) > 2$ $\frac{15}{x^2 + 5} = 2$ $15 = 2(x^2 + 5)$ $x^2 = 2,5$ $x_{1/2} \approx \pm 1,58$ Im Bereich $-1,58 \text{ m} < x < +1,58 \text{ m}$ ist der Fensterrahmen höher als 2 m über dem Fußboden.		3	
2.7	Zeichnung: Siehe Abbildung zu 2.4: Parabel $p$  Ansatz für Schnittstellenberechnung $f(x) = p(x)$ führt zu: $f(x) = p(x)$ $\frac{15}{x^2 + 5} = -0,4x^2 + 3$ $15 = (-0,4x^2 + 3) \cdot (x^2 + 5)$ $15 = -0,4x^4 + 3x^2 - 2x^2 + 15$ $0 = -0,4x^4 + x^2$ Gleichung nachgewiesen		1	3
2.8	Ermittlung der Intervallgrenzen $A = \int_{-1,58}^{+1,58} (p(x) - g(x)) dx = \int_{-1,58}^{+1,58} (-0,4x^2 + 1) dx$ $= \left[ -\frac{2}{15}x^3 + x \right]_{-1,58}^{+1,58} = \frac{\sqrt{10}}{3} - \left( -\frac{\sqrt{10}}{3} \right) \approx 2,11 \text{ FE}$ Der Inhalt der zu verglasenden Fläche beträgt ca. 2,11 m <sup>2</sup> . [Hinweis: Das Ablesen der Intervallgrenzen aus der Zeichnung ist möglich.]		1	4
	<b>Summen der BE in den Anforderungsbereichen</b>	<b>9</b>	<b>21</b>	<b>3</b>
	<b>Summe der BE</b>		<b>33</b>	

Teil- aufgabe	Beschreibung der erwarteten Schülerleistung	BE/AB		
		I	II	III
3.1	<p>Richtungsvektoren und Normalenvektor der Ebene:</p> $\overrightarrow{BE} = \begin{pmatrix} 6-6 \\ 0-4 \\ 4-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{BM} = \begin{pmatrix} 0-6 \\ 4-4 \\ 2-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ <p>Ebenengleichung in Parameterform:</p> $T: \vec{x} = \overrightarrow{OB} + r \cdot \overrightarrow{BE} + s \cdot \overrightarrow{BM} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ <p>Ebenengleichung in Koordinatenform:</p> $\vec{n} = \overrightarrow{BE} \times \overrightarrow{BM} = -8 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\vec{n} \cdot \vec{x} = \vec{n} \cdot \overrightarrow{OB}$ $T: x + 3y + 3z = 18$	3		
3.2	<p>Punktprobe für <math>K(0 2 4)</math>:</p> $T: 1 \cdot 0 + 3 \cdot 2 + 3 \cdot 4 = 6 + 12 = 18$ <p><math>K</math> liegt in der Ebene <math>T</math>.</p>	2		
3.3	$d: \vec{x} = \overrightarrow{OD} + t \cdot \overrightarrow{DF} = t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$ <p>Der Stützvektor entfällt, da die Diagonale durch den Ursprung verläuft. Der Richtungsvektor ist <math>\overrightarrow{DF}</math>.</p>		2	
3.4	<p><math>d</math> in die Koordinatenform von <math>T</math> einsetzen:</p> $6t + 12t + 12t = 18$ $t = 0,6$ $\overrightarrow{OS} = \begin{pmatrix} 3,6 \\ 2,4 \\ 2,4 \end{pmatrix}$ $S(3,6 2,4 2,4)$	3		

Teil- aufgabe	Beschreibung der erwarteten Schülerleistung	BE/AB		
		I	II	III
	<p>Prüfen, ob S auch Schnittpunkt der Diagonalen ist:</p> $d_{EM} : \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 3,6 \\ 2,4 \\ 2,4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} I) 3,6 = 6 + 6t \quad I) t = -0,4 \\ II) 2,4 = -4t \quad II) t = -0,6 \\ III) 2,4 = 4 + 2t \quad III) t = -0,8 \end{array}$ <p>Der Punkt S liegt nicht auf der Geraden <math>\overline{EM}</math> und kann damit auch nicht der Schnittpunkt der Diagonalen sein.  <i>[Hinweis: Alternative Lösungen sind möglich.]</i></p>		5	
3.5	$\cos(\beta) = \frac{\overline{BE} \cdot \overline{BM}}{ \overline{BE}  \cdot  \overline{BM} } = \frac{8}{\sqrt{32} \cdot \sqrt{40}}$ $\beta = 77,08^\circ$		3	
3.6	$\overline{EB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix} \quad \overline{KM} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ <p>Die Strecken <math>\overline{KM}</math> und <math>\overline{EB}</math> sind parallel zueinander, da offensichtlich die Vektoren <math>\overline{EB}</math> und <math>\overline{KM}</math> linear abhängig sind. Damit ist das Viereck <math>BMKE</math> ein Trapez.  <i>[Alternative Begründungen sind ebenfalls möglich.]</i></p>			3
3.7	$\overline{PK} = \begin{pmatrix} -6 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \overline{EB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix}$ <p><math>\overline{PK} \cdot \overline{EB} = 0</math>, also steht die Gerade durch die Punkte <math>P</math> und <math>K</math> senkrecht zur Strecke <math>\overline{EB}</math>.</p>		3	
3.8	$ \overline{EB}  = \sqrt{0^2 + 4^2 + (-4)^2} = \sqrt{32} \quad (\text{in 3.5 berechnet})$ $ \overline{KM}  = \sqrt{0^2 + 2^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} \quad  \overline{PK}  = \sqrt{(-6)^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{38}$ $A = \frac{1}{2} ( \overline{EB}  +  \overline{KM} ) \cdot  \overline{PK}  = \frac{1}{2} (2\sqrt{8} + \sqrt{8}) \cdot \sqrt{38} = 6\sqrt{19} \approx 26,15 \text{ cm}^2$ <p><i>[Alternative Vorgehensweisen sind ebenfalls möglich.]</i></p>			5
	<b>Summen der BE in den Anforderungsbereichen</b>	<b>8</b>	<b>17</b>	<b>8</b>
	<b>Summe der BE</b>		<b>33</b>	